Анализ диагностического экзамена по математике (ЕГЭ). Требования к оформлению задач с развернутым ответом глазами эксперта

Алгебраические задачи (№ 13 и № 15) диагностического профильного экзамена по математике: задания, решения, оформление, ошибки и объяснения

Трушкина Татьяна Петровна, *методист КРИПКиПРО, ст. эксперт региональной комиссии по математике на ЕГЭ*

Планиметрическая и стереометрическая задачи (№ 14, №16) диагностического профильного экзамена по математике: задания, решения, оформление, ошибки и объяснения

Задача с параметрами (№ 18) на диагностическом профильном экзамене по математике: задание, решения, оформление, ошибки и объяснения

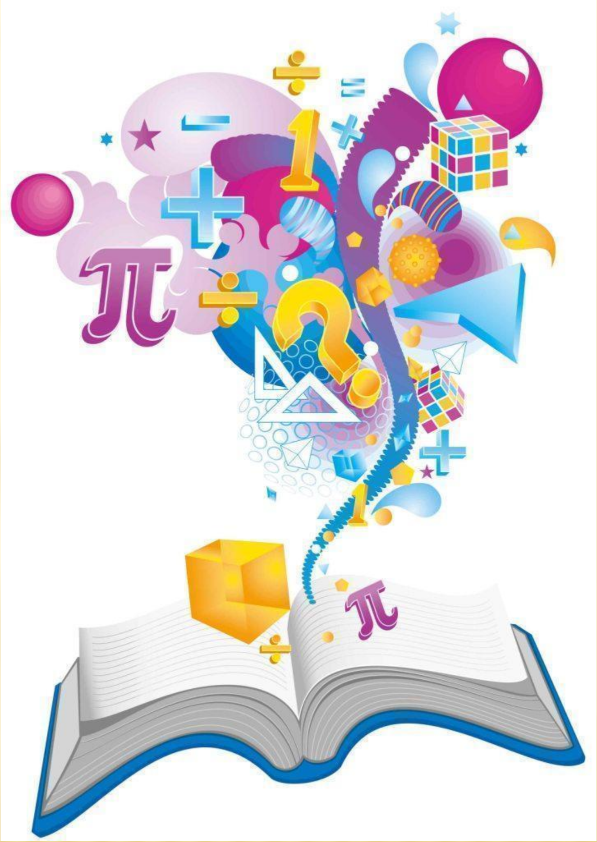
Трель Ирина Леонидовна, *зам. председателя региональной комиссии по математике на ЕГЭ, учитель математики МБОУ «Лицей № 23»*

Банковская задача на ЕГЭ на диагностическом профильном экзамене по математике: задание, решение, оформление, ошибки и объяснения

Олимпиадная задача на ЕГЭ (№ 19) на диагностическом профильном экзамене по математике: задание, решение, оформление, ошибки и объяснения

Мешечкин Владимир Викторович, *кан. физ-мат. наук, председатель региональной комиссии по математике на ЕГЭ, зам. директора института фундаментальных наук КЕМГУ*

Алгебраическая задача № 13 диагностического профильного экзамена по математике: задания, решения, оформление, ошибки и объяснения



а) Решить уравнение $\sqrt{2}\sin(2x)\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = 2sin\frac{5\pi}{4}$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$

Решение.

а) Учитывая, что $2sin\frac{5\pi}{4} = 2sin\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right) = -2sin\frac{\pi}{4} = -\sqrt{2}$, преобразуем уравнение к виду $\sin(2x)\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = -1$.

Учитываем, что $|sin\alpha| \le 1$, получаем: 1) $\begin{cases} \sin 2x = 1, \\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = -1 \end{cases}$ или

2) $\begin{cases} \sin 2x = -1, \\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = 1. \end{cases}$

1) $\begin{cases} \sin 2x = 1, \\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = -1. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z; \\ x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in Z. \end{cases}$

$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z; \\ x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in Z. \end{cases}$ $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z; \\ x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in Z. \end{cases}$

Откуда $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$.

2) $\begin{cases} \sin 2x = -1, \\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z; \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in Z. \end{cases}$

$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z; \\ x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in Z. \end{cases}$ Система не имеет решения.

б) Отберем корни уравнения, удовлетворяющие условию $-3\pi \le x \le \frac{5\pi}{2}$, $-3\pi \le -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k \le \frac{5\pi}{2}$, $-\frac{9}{8} \le k \le \frac{13}{8}$.

Учитывая, что $k \in Z$ получаем $k \in \{-1; 0; 1\}$.

Корни принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$: $-\frac{11\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$.

Ответ: а) $= -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$; б) $-\frac{11\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

№13

а) $\sqrt{2}\sin(2x)\sin(x+\frac{\pi}{4})=2\sin\frac{5\pi}{4}$

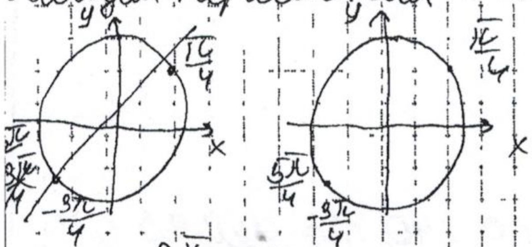
$\sqrt{2}\sin(2x)\sin(x+\frac{\pi}{4})=-\frac{2\sqrt{2}}{2}$

$\sin(2x)\sin(x+\frac{\pi}{4})=-1$

Т.к. $\sin x\in[-1;1]$, выражение $\sin(y)\cdot\sin(z)=-1$, истинно только в том случае когда либо $\sin(y)=1$, а $\sin(z)=-1$, либо $\sin(y)=-1$, а $\sin(z)=1$. Рассмотрим оба этих случая на нашем уравнении.

$$\begin{cases}\sin(2x)=1\\ \sin(x+\frac{\pi}{4})=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x=\frac{\pi}{2}+2\pi n; n\in Z\\ x+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{2}+2\pi n; n\in Z\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{\pi}{4}+\pi n; n\in Z\\ x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n; n\in Z\end{cases}$$

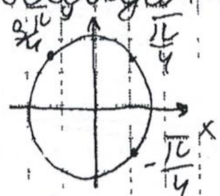
Найдем пересечения с помощью окружности:



$x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n; n\in Z$

$$\begin{cases}\sin(2x)=-1\\ \sin(x+\frac{\pi}{4})=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n; n\in Z\\ x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+2\pi n; n\in Z\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-\frac{\pi}{4}+\pi n; n\in Z\\ x=\frac{\pi}{4}+2\pi n; n\in Z\end{cases}$$

Найдем пересечения с помощью окружности



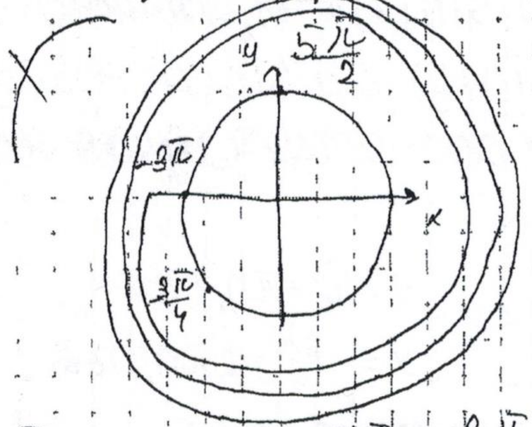
Пересечений нет.

Из двух выше приведенных систем получаем что,

$x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; n \in Z$

Ответ: $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; n \in Z$

б) Отберем корни с помощью окружности



2.

Получаем: $-\frac{11\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$

Ответ: $-\frac{11\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$

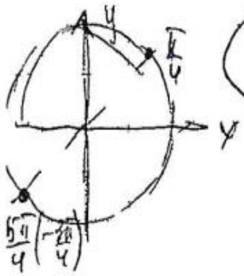
$$\sqrt{2}\sin 2x\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=2\sin\frac{5\pi}{4}$$

$$\sqrt{2}\sin 2x\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}$$

$$\sin 2x\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1$$

$$\begin{cases}\sin 2x=1\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1\end{cases}\quad \text{или} \quad \begin{cases}\sin 2x=-1\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1\end{cases}$$

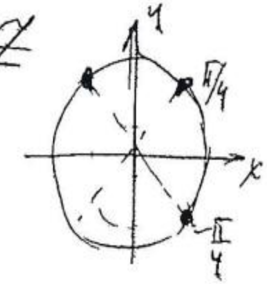
$$\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z\\ x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi k,\ k\in Z\end{array}\right.$$



$$x=\frac{5\pi}{4}+2\pi m,\ m\in Z$$

$$\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z\\ x=\frac{\pi}{4}+2\pi k,\ k\in Z\end{array}\right.$$

$$x\in\varnothing$$



б) $-3\pi\le\frac{5\pi}{4}+2\pi m\le\frac{5\pi}{2}$

$-2\frac{1}{8}\le m\le\frac{5}{8}$ $\quad m=-2;\ -1;\ 0.$

а) $\sqrt{2}\sin(2x)\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = 2\sin\frac{5\pi}{4}$,

$\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}\left(\cos\left(2x-x-\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(2x+x+\frac{\pi}{4}\right)\right) = 2\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$,

$\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\left(\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)\right) = -\sqrt{2}$, $\quad \Big|:\frac{\sqrt{2}}{2}$,

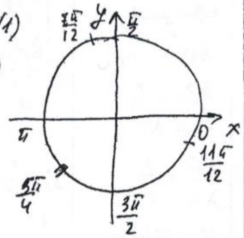
$\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right) = -2$,

Т.к. $-1\le\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\le 1$, $-1\le\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)\le 1$, то

$-2\le\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)\le 2$, тогда решением уравнения будет

случай: $\begin{cases}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-1,\\ \cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=1;\end{cases}$ $\begin{cases}x-\frac{\pi}{4}=-\pi+2\pi n,\ n\in Z,\\ 3x+\frac{\pi}{4}=2\pi k,\ k\in Z;\end{cases}$

$\begin{cases}x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z,\\ 3x=-\frac{\pi}{4}+2\pi k,\ k\in Z;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z & (1)\\ x=-\frac{\pi}{12}+\frac{2\pi k}{3},\ k\in Z & (2)\end{cases}$



Отметим полученные корни на окружности и найдём общие решения.

Рассмотрим промежуток $[0; 2\pi]$, т.к. это наибольший период для корней системы.

Для (1) уравнения при $n=1$ $x=\frac{5\pi}{4}$;

Для (2) уравнения при $k=1$ $x=\frac{7\pi}{12}$,

при $k=2$ $x=\frac{5\pi}{4}$,

при $k=3$ $x=\frac{11\pi}{12}$.

Получили единственный общий корень $x=\frac{5\pi}{4}$, т.е. решением системы является корень $x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n$, $n\in Z$

б) Рассмотрим промежуток $\left[-3\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$

$-3\pi\le -\frac{3\pi}{4}+2\pi n\le\frac{5\pi}{2}$, $n\in Z$,

$-\frac{9\pi}{4}\le 2\pi n\le\frac{13\pi}{4}$, $n\in Z$,

$-\frac{9}{8}\le n\le\frac{13}{8}$, $n\in Z$;

При $n=-1$ $x=-\frac{3\pi}{4}-2\pi=\frac{-3\pi-8\pi}{4}=-\frac{11\pi}{4}$

При $n=0$ $x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi\cdot 0=-\frac{3\pi}{4}$

При $n=1$ $x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi=\frac{5\pi}{4}$

Ответ: а) $-\frac{3\pi}{4}+2\pi n$, $n\in Z$; б) $-\frac{11\pi}{4}$; $-\frac{3\pi}{4}$; $\frac{5\pi}{4}$.

а) $\sqrt{2}\sin(2x)\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=2\sin\frac{5\pi}{4}$

$\sqrt{2}\sin(2x)\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=2\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$\sqrt{2}\sin(2x)\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}$

$\sin(2x)\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1$

Т.к. $-1\le\sin(2x)\le1$; $-1\le\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\le1$, значит:

$$\sin(2x)\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\sin(2x)=1\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1\end{cases} (1)\\ \begin{cases}\sin(2x)=-1\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1\end{cases} (2)\end{array}\right.$$

(1): $\begin{cases}\sin(2x)=1\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1\end{cases}$;

$\begin{cases}2x=\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}\\ x+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}\end{cases}$; $\begin{cases}x=\frac{\pi}{4}+\pi k;\ k\in\mathbb{Z}\\ x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}\end{cases}$,

$x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}$

(2): $\begin{cases}\sin(2x)=-1\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1\end{cases}$,

$\begin{cases}2x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}\\ x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}\end{cases}$;

$\begin{cases}x=-\frac{\pi}{4}+\pi k;\ k\in\mathbb{Z}\\ x=\frac{\pi}{4}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}\end{cases}$,

Тогда $x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}$

φ

$$\sqrt{2}\sin(2x)\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=2\sin\frac{\pi}{4}$$

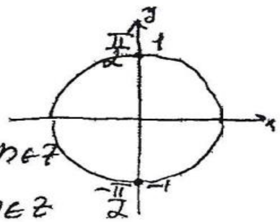
$$\sqrt{2}\cdot\sin(2x)\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\cancel{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}$$

$$\sqrt{2}\cdot\sin(2x)\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\quad |:\sqrt{2}$$

$$\sin(2x)\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1$$

$$\begin{cases}\sin 2x=1\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1\end{cases}\quad \text{или}\quad \begin{cases}\sin(2x)=-1\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1\end{cases}$$

$\sin 2x=1$



$2x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$

$x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$

$\sin(2x)=-1$

$2x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in Z$

$x=-\frac{\pi}{4}+2\pi k, k\in Z$

$\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1$

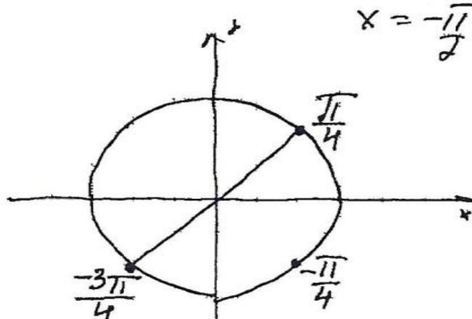
$x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+2\pi n=\frac{\overset{2}{\pi}}{2}-\frac{\pi}{4}+2\pi n=$

$=\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in Z$

$\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1$

$x+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in Z$

$x=-\frac{\overset{2}{\pi}}{2}-\frac{\pi}{4}+2\pi k=\frac{-2\pi-\pi}{4}+2\pi k=\frac{-3\pi}{4}+2\pi k.$



$\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$

$-\frac{\pi}{4}+2\pi k, k\in Z$

а) $\sqrt{2}\sin(2x)\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=2\sin\frac{5\pi}{4}$ $\left[-3\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$

$\sqrt{2}\sin x\cos x\cdot\cos\frac{\pi}{4}=2\sin\frac{5\pi}{4}$

$\sqrt{2}\sin x\cos x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sin\frac{5\pi}{4}$

$\frac{2\sin x\cos x}{2}=2\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

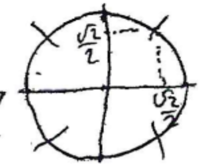
$\sin x\cos x=-\sqrt{3}.\quad |:\cos x.$

$tg\, x=-\sqrt{3}$

$x=\frac{\pi}{2}+\pi k,\ k\in Z$

Ответ: б) $x=\frac{\pi}{2}+\pi k,\ k\in Z$

13. $\sqrt{2}\sin(2x)(x+\frac{\pi}{4}) = 2\sin\frac{\pi}{4}$



$\sqrt{2}\sin(2x)\left[\sin x\cdot\cos\frac{\pi}{4}+\cos x\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right] = 2\sin\frac{\pi}{4}$

$\sqrt{2}\sin(2x)\cdot\sin x\cdot\frac{\sqrt2}{2}+\cos x\cdot\frac{\sqrt2}{2} = 2\sin\frac{\pi}{4}$

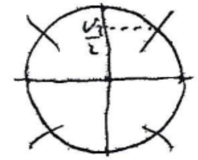
$\sqrt{2}\sin(2x)\cdot\frac{\sqrt2}{2}(\sin+\cos x) = 2\sin\frac{\pi}{4}$

$\sin(2x)\cdot(\sin x+\cos x) = 2\sin\frac{\pi}{4}$

$2\sin x\cdot\cos x(\sin x+\cos x) = 2\sin\frac{\pi}{4}$

$2\sin^2 x\cdot\sin x\cos x+2\sin x\cdot\cos x\cdot\cos x^2 = 2\sin\frac{\pi}{4}$

$\sin x\cos x(2\sin^2 x+2\cos^2 x) = 2\sin\frac{\pi}{4}$

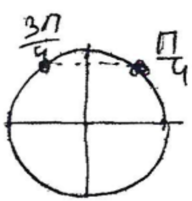


$2\sin x\cdot\cos x = 2\sin\frac{\pi}{4}$

$\sin 2x = \frac{\cancel{\sqrt2}}{2}2\sin\frac{\pi}{4}$

$\sin x = \frac{2\sin\frac{\pi}{4}}{2}$

$\sin x = \sin\frac{\pi}{4}$



$\sin x = \frac{\sqrt2}{2}$

$x = \frac{\pi}{4}+2\pi n;\ n\in Z$

$x = \frac{3\pi}{4}+2\pi k;\ k\in Z$

Ответ: а) $\frac{\pi}{4}+2\pi n;\ n\in Z;\ \frac{3\pi}{4}+2\pi k;\ k\in Z$

№13

а) $\sqrt{2}\sin(2x)\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=2\sin\frac{3\pi}{4}$

$\sqrt{2}\cdot 2\sin x\cos x\cdot\left(\sin x\cos\frac{\pi}{4}-\cos x\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)=2\sin\frac{3\pi}{4}$

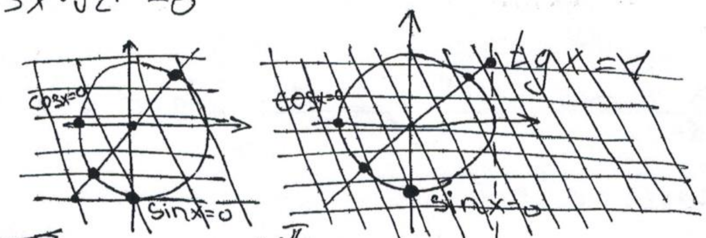
$\sqrt{2}\,\cancel{2}\sin x\cdot\cos x\left(\sin x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-\cos x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\cancel{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}$

$\cancel{\sqrt{2}}\sin x\cos x\left(\sin x\cdot\sqrt{2}-\cos\sqrt{2}\right)=\cancel{\sqrt{2}}$

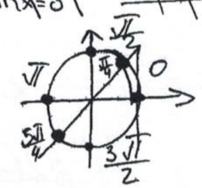
$\sin x\cos x\left(\sin x\sqrt{2}-\cos x\cdot\sqrt{2}\right)=0$

$\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \cos x=0\\ \sin x\sqrt{2}-\cos x\cdot\sqrt{2}=0\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \cos x=0\\ tg\,x=1\end{array}\right.$

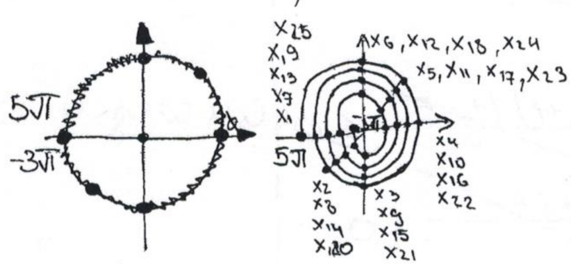


~~$x=\frac{3\pi}{2}+2\pi k, k\in Z$~~



$\left[\begin{array}{l}x=\pi k, k\in Z\\ x=\frac{\pi}{2}+\pi k, k\in Z\\ x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z\end{array}\right.$

б) $x\in[-3\pi;5\pi]$



$X_1=-3\pi$

$X_2=-3\pi+\frac{\pi}{4}=-\frac{11\pi}{4}$

$X_3=-3\pi+\frac{\pi}{2}=-\frac{5\pi}{2}$

$X_4=-2\pi$

$X_5=-2\pi+\frac{\pi}{4}=-\frac{7\pi}{4}$

$X_6=-\frac{3\pi}{2}$

$X_7=-\pi$

$X_8=-\frac{3\pi}{4}$

$X_9=-\frac{\pi}{2}$

$X_{10}=0$

$X_{11}=\frac{\pi}{4}$

$X_{12}=\frac{\pi}{2}$

№13

а) $\sqrt{2}\sin(2x)\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = 2\sin\frac{\pi}{4}$;

$\sqrt{2}\cdot 2\sin x\cdot\cos x\cdot\left(\sin x\cdot\cos\frac{\pi}{4} + \cos x\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right) = 2\cdot\sin\frac{\pi}{4}$;

$\sqrt{2}\cdot 2\sin x\cdot\cos x\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos x\right) = \frac{2\sqrt{2}}{2}$;

$\sqrt{2}\cdot 2\sin x\cdot\cos x\ \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x+\cos x) = \sqrt{2}\ \Big|:\sqrt{2}$;

$\frac{2\sqrt{2}}{2}\sin x\cdot\cos x\ (\sin x+\cos x) = 1$;

$\sqrt{2}\sin x\cdot\cos x\cdot(\sin x+\cos x) = 1$;

$\sqrt{2}\sin x\cdot\cos x\cdot(\sin x+\cos x) = \sin^2 x+\cos^2 x$;

$\left(\sqrt{2}(\sin x\cdot\cos x(\sin x+\cos x))\right) - \sin^2 x - \cos^2 x = 0$;

$\left(\sqrt{2}(\sin^2 x\cos x + \sin x\cos^2 x)\right) - \sin^2 x - \cos^2 x = 0$;

$\sqrt{2}\sin^2 x\cdot\cos x + \sqrt{2}\sin x\cdot\cos^2 x - \sin^2 x - \cos^2 x = 0$;

$\sin^2 x(\sqrt{2}\cos x - 1) + \cos^2 x(\sqrt{2}\sin x - 1) = 0$;

~~Сумма равна 0, когда оба слагаемых равны 0:~~

$$\begin{cases}\sin^2 x(\sqrt{2}\cos x - 1) = 0\\ \cos^2 x(\sqrt{2}\sin x - 1) = 0\end{cases}$$

1) $\sin^2 x(\sqrt{2}\cos x - 1) = 0$.

$$\left[\begin{array}{l}\sin^2 x = 0\\ \sqrt{2}\cos x - 1 = 0\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 0\\ \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x = \pi k,\ k\in\mathbb{Z}\\ x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}\\ x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$$

2) $\cos^2 x(\sqrt{2}\sin x - 1) = 0$

№ 13

а) $\sqrt{2}\sin(2x)\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = 2\sin\frac{\pi}{4}$

$\sin(2x)\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = \frac{2}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$

$2\sin x\cdot\cos x\left(\sin x\cdot\cos\frac{\pi}{4}+\sin\frac{\pi}{4}\cdot\cos x\right)=1$

$\sin x\cdot\cos x\left(\sqrt{2}\sin x+\sqrt{2}\cos x\right)=1$

$\sqrt{2}\left(\sin^2 x\cdot\cos x+\cos^2 x\cdot\sin x\right)=1$

$\sin x\cdot\cos x(\sin x+\cos x)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\frac{\pi}{4}\cdot\cos\frac{\pi}{4}\left(\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{4\sqrt{2}}{8}=\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ – верно

$x=\frac{\pi}{4}+2\pi n \quad n\in Z.$

б) $-3\pi\le\frac{\pi}{4}+2\pi n\le5\pi$

$-3\pi-\frac{\pi}{4}\le2\pi n\le5\pi-\frac{\pi}{4}$

$-\frac{13\pi}{4}\le2\pi n\le\frac{19\pi}{4}$

$-\frac{13\pi}{8}\le n\le\frac{19}{8}$

$n=-1$; $n=0$; $n=1$; $n=2$

$-\frac{7\pi}{4}$; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{9\pi}{4}$; $\frac{17\pi}{4}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{4}+2\pi n$, $n\in Z$

б) $-\frac{7\pi}{4}$; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{9\pi}{4}$; $\frac{17\pi}{4}$

а) Решить уравнение $\sqrt{2}sin(2x) \cdot \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 2sin\frac{\pi}{4}$.

Решение:

$\sqrt{2}sin(2x)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}cosx\right) = \sqrt{2};$

$sin(2x)(\sin x + cosx) = \sqrt{2};$

$\sin x + cosx = t,\ 1 + 2\sin x cosx = t^2,\ sin(2x) = t^2 - 1.$

$(t^2 - 1)t = \sqrt{2};\ t^2 - t - \sqrt{2} = 0;\ (t - \sqrt{2})(t^2 - \sqrt{2}t + 1) = 0.$

1) $t = \sqrt{2};$
2) $t^2 - \sqrt{2}t + 1 = 0$; нет решений.

$\sin x + cosx = \sqrt{2}\ (*).$

$asinx + bcosx = c \quad (a^2 + b^2 \neq 0)$

$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}cosx = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}.$

$a = 1;\ b = 1;\ \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2}$

Подставляем в $(*)$ $\frac{\sin x}{\sqrt{2}} + \frac{cosx}{\sqrt{2}} = 1;$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}cosx = 1;$

$\sin(x + \frac{\pi}{4}) = 1;\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n;\ x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z.$

Ответ: а) $\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z.$

Основные ошибки

1) Не правильное использование символических записей (путают знаки совокупности и системы уравнений)
2) Не оформляют решение системы уравнений, не делаю выводов
3) Не умеют использовать формулы тригонометрии
4) Не знают табличное значение тригонометрических функций
5) Стремятся получить знакомые шаблонные решения без анализа ситуации

Алгебраическая задача № 15 диагностического профильного экзамена по математике: задания, решения, оформление, ошибки и объяснения

Решите неравенство

$$\frac{49^x - 5\cdot 7^x + 6}{7^x - 1} + \frac{49^x + 7^x - 55}{7^x - 7} \le 2\cdot 3^x + 4.$$

Решение.

Пусть $t = 7^x$, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{t^2 - 5t + 6}{t-1} + \frac{t^2 + t - 55}{t-7} \le 2t + 4;$$

$$\frac{(t-4)(t-1)}{t-1} + \frac{2}{t-1} + \frac{(t+8)(t-7)}{t-7} + \frac{1}{t-7} \le 2t + 4;$$

$$\frac{2}{t-1} + \frac{1}{t-7} \le 0;\ \frac{t-5}{(t-1)(t-7)} \le 0,$$

откуда $t < 1;\ 5 \le t < 7$.

При $t < 1$ получим: $7^x < 1$, откуда $x < 0$.

При $5 \le t < 7$ получим: $5 \le 7^x < 7$, откуда $\log_7 5 \le x < 1$.

Решение исходного неравенства:

$$x < 0;\ \log_7 5 \le x < 1.$$

Ответ: $(-\infty; 0);\ [\log_7 5; 1)$.

Решите неравенство

$$\frac{9^x-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{9^x-7\cdot 3^x+1}{3^x-7}\le 2\cdot 3^x-24.$$

Решение.

Пусть $t=3^x$, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{t^2-25t+26}{t-1}+\frac{t^2-7t+1}{t-7}\le 2t-24;$$

$$\frac{(t-24)(t-1)}{t-1}+\frac{2}{t-1}+\frac{t(t-7)}{t-7}+\frac{1}{t-7}\le 2t-24;$$

$$\frac{2}{t-1}+\frac{1}{t-7}\le 0;\ \frac{t-5}{(t-1)(t-7)}\le 0,$$

откуда $t<1;\ 5\le t<7$.

При $t<1$ получим: $3^x<1$, откуда $x<0$.

При $5\le t<7$ получим: $5\le 3^x<7$, откуда $\log_3 5\le x<\log_3 7$.

Решение исходного неравенства:

$$x<0;\ \log_3 5\le x<\log_3 7.$$

Ответ: $(-\infty;0);\ [\log_3 5;\log_3 7)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верный ответ	2
Обоснованно получен верный ответ, отличающийся от верного исключением точки ? ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решите неравенство

$$\frac{9^x-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{9^x-7\cdot 3^x+1}{3^x-7}\le 2\cdot 3^x-24.$$

Ответ: $(-\infty;0)$; $[\log_3 5;\log_3 7)$.

$$\frac{9^x-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{9^x-7\cdot 3^x+1}{3^x-7}\le 2\cdot 3^x-24;$$

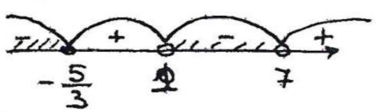
1) ОДЗ: $\begin{cases}3^x-1\ne 0,\\ 3^x-7\ne 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x\ne 0\\ x\ne \log_3 7\end{cases}$ $x\in(-\infty;0)\cup(0;\log_3 7)\cup(\log_3 7;+\infty)$

2) Пусть $3^x=t$, $t>0$; $\dfrac{t^2-25t+26}{t-1}+\dfrac{t^2-7t+1}{t-7}\le 2t-24;$

$$\frac{(t^2-25t+26)(t-7)+(t^2-7t+1)(t-1)-(2t-24)(t-1)(t-7)}{(t-1)(t-7)}\le 0;$$

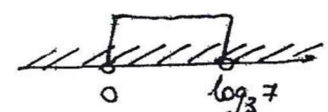
$$\frac{t^3-25t^2+26t-7t^2+175t-162+t^3-7t^2+t-t^2+7t-1-2t^3+40t-206t+168}{(t-1)(t-7)}\le 0$$

$\dfrac{3t+5}{(t-1)(t-7)}\le 0;$ Нули числителя и знаменателя: $t=1$; $t=7$; $t=-\frac{5}{3}$



Т.к. $t>0$, то $t\in(1;7)$

4) Т.к. $t=3^x$ $\Rightarrow$ $\left[\begin{array}{l}3^x>1,\\ 3^x<7;\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x>0,\\ x<\log_3 7;\end{array}\right.$



5) Учитывая ОДЗ: $x\in(0;\log_3 7)$

Ответ: $x\in(0;\log_3 7)$

Решите неравенство

$$\frac{9^x-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{9^x-7\cdot 3^x+1}{3^x-7}\le 2\cdot 3^x-24.$$

Ответ: $(-\infty;0)$; $[\log_3 5;\log_3 7)$.

(15)

$$\frac{9^x-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{9^x-7\cdot 3^x+1}{3^x-7}\le 2\cdot 3^x-24$$

$$\frac{3^{2x}-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{3^{2x}-7\cdot 3^x+1}{3^x-7}\le 2\cdot 3^x-24$$

Пусть $3^x=a,\ a>0$

$$\frac{a^2-25a+26}{a-1}+\frac{a^2-7a+1}{a-7}\le 2a-24$$

$$\begin{cases}209a-183\le 206a-168\\ a\ne 1\\ a\ne 7\end{cases}$$

$3a\le 15$

$a\le 5$

$$\begin{cases}3^x\le 5\\ 3^x\ne 1\\ 3^x\ne 7\end{cases}$$

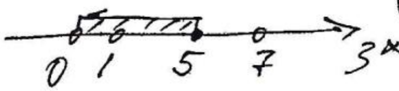
$$\left[\begin{array}{l}x<0\\ 0<x\le\log_3 5\end{array}\right.$$

$3^x<1$

$x<0$

$1<3^x\le 5$

$0<x\le\log_3 5$



$$\left[\begin{array}{l}0<3^x<1\\ 1<3^x\le 5\end{array}\right.$$

Ответ: $(-\infty;0)\cup(0;\log_3 5]$

Решите неравенство

$$\frac{9^x-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{9^x-7\cdot 3^x+1}{3^x-7}\le 2\cdot 3^x-24.$$

Ответ: $(-\infty;0);\ [\log_3 5;\log_3 7)$.

$$\frac{9^x-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{9^x-7\cdot 3^x+1}{3^x-7}\le 2\cdot 3^x-24$$

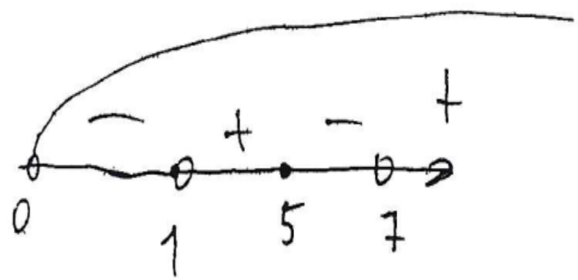
$t=3^x,\ t>0$

$$\frac{t^2-25t+26}{t-1}+\frac{t^2-7t+1}{t-7}\le 2(t-12)$$

$$\frac{(t-1)(t-24)+2}{t-1}+\frac{t(t-7)+1}{t-7}\le 2t-24$$

$$\cancel{t-24}+\frac{2}{t-1}+\cancel{t}+\frac{1}{t-7}\le \cancel{2t-24}$$

$$\frac{3t-15}{(t-1)(t-7)}\le 0.$$



$t\in(0;1)\cup[5;7).$

$x\in\ (-\infty;1)\cup[\log_3 5;\log_3 7)$

Отв: $x\in(-\infty;1)\cup[\log_3 5;\log_3 7).$

Решите неравенство

$$\frac{9^x-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{9^x-7\cdot 3^x+1}{3^x-7}\le 2\cdot 3^x-24.$$

Ответ: $(-\infty;0)$; $[\log_3 5;\log_3 7)$.

$$\frac{9^x-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{9^x-7\ 3^x+1}{3^x-7}\le 2\cdot 3^x-24$$

Замена: $3^x=t$

$$\frac{(t^2-25t+26)^{(t-7}}{t-1}+\frac{(t^2-7t+1)^{(t-1}}{t-7}\le 2t-24$$

$$\frac{(t^2-25t+26)(t-7)+(t^2-7t+1)(t-1)}{(t-1)(t-7)}\le 2t-24$$

$$\frac{t^3-25t^2+26t-7t^2+175t-182+t^3-7t^2+t-t^2+7t-1}{(t-1)(t-7)}\le 2t-24^{(t-1)(t-7)}$$

$$\frac{2t^3-\cancel{26}^{40}t^2+209t-183-(2t-24)(t-1)(t-7)}{(t-1)(t-7)}\le 0$$

$$\frac{2t^3-40t^2+209t-183-(2t-24)(t^2-7t-t+7)}{(t-1)(t-7)}\le 0$$

$$\frac{2t^3-40t^2+209t-183-(2t^3-14t^2-2t^2+14t-24t^2+168t+24t-168)}{(t-1)(t-7)}\le 0$$

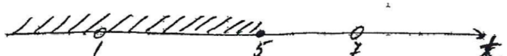
$$\frac{\cancel{2t^3}-\cancel{40t^2}+209t-183-\cancel{2t^3}+\cancel{40t^2}-206t+168}{(t-1)(t-7)}\le 0$$

$$\frac{3t-15}{(t-1)(t-7)}\le 0$$

$$\begin{cases}3t-15\le 0\\(t-1)(t-7)\ne 0\end{cases}$$

$$\begin{cases}3t\le 15\\\left[\begin{array}{l}t\ne 1\\t\ne 7\end{array}\right.\end{cases}$$

$$\begin{cases}t\le 5\\\left[\begin{array}{l}t\ne 1\\t\ne 7\end{array}\right.\end{cases}$$



$t\in(-\infty;1)\cup(1;5]$

Ответ: $(-\infty;1)\cup(1;5]$

$$\frac{9^x-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{9^x-7\cdot 3^x+1}{3^x-7}\le 2\cdot 3^x-24$$

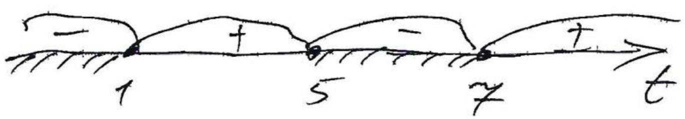
Выполним замену: $3^x=t$.

$$\frac{t^2-25t+26}{t-1}+\frac{t^2-7t+1}{t-7}-2t+24\le 0$$

$$\frac{(t^2-25t+26)(t-7)+(t^2-7t+1)(t-1)+(-2t+24)(t-1)(t-7)}{(t-1)(t-7)}\le 0$$

$$\frac{3t-15}{(t-1)(t-7)}\le 0$$

$$\frac{3(t-5)}{(t-1)(t-7)}\le 0$$



$t\in(-\infty;\ 1]\cup[5;\ 7]$

Выполним обратную замену:

$$\left[\begin{array}{l} 3^x\le 1 \\ 5\le 3^x\le 7 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x\le 0 \\ \log_3 5\le x\le \log_3 7 \end{array}\right.$$

Ответ: $x\in(-\infty;\ 0]\cup[\log_3 5;\ \log_3 7]$.

$$\frac{9^x-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{9^x-7\cdot 3^x+7}{3^x-7}\leq 2\cdot 3^x-24$$

$$\frac{3^{2x}-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{3^{2x}-7\cdot 3^x+7}{3^x-7}\leq 2\cdot 3^x-24$$

Выполним замену.

$3^x=t$

$$\frac{t^2-25t+26}{t-1}+\frac{t^2-7t+7}{t-7}\leq 2t-24$$

$$\frac{(t^2-25t+26)(t-7)+(t^2-7t+7)(t-1)-(2t-24)(t-1)(t-7)}{(t-1)(t-7)}\leq 0$$

$t^3-25t^2+26t-7t^2+175t-182+t^3-7t^2+t-t^2+7t-1-2t^3+16t^2-14t+$
$+24t^2-192t+168=0$

$3t-15=0$

$3t=15$

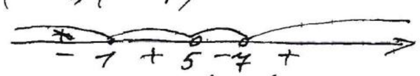
$t=5$

$(t-1)(t-7)=0$

$t-1=0 \qquad t-7=0$

$t=1 \qquad t=7$

$$\frac{3t-15}{(t-1)(t-7)}\leq 0$$



$t\leq 1 \qquad 5<t<7$

Выполним обратную замену.

$3^x\leq 1 \qquad 5<3^x<7$

$3^x\leq 3^0 \qquad \cancel{<3^x<}$

$x\leq 0 \qquad \log_3 5<x<\log_3 7$

Ответ: $(-\infty;0]$; $(\log_3 5;\log_3 7)$

Решите неравенство

$$\frac{4^x+13\cdot 2^x-13}{2^x-1}+\frac{4^x+3\cdot 2^x-37}{2^x-5}\le 2\cdot 2^x+22.$$

Ответ: $(-\infty;0)$; $[1;\log_2 5)$.

№ 15

$$\frac{4^x+13\cdot 2^x-13}{2^x-1}+\frac{4^x+3\cdot 2^x-37}{2^x-5}\le 2\cdot 2^x+22$$

$$\frac{2^{2x}+13\cdot 2^x-13}{2^x-1}+\frac{2^{2x}+3\cdot 2^x-37}{2^x-5}\le 2(2^x+11)$$

ОДЗ:

$$\begin{cases}2^x-1\ne 0\\ 2^x-5\ne 0\end{cases}\quad \begin{cases}x\ne 0\\ x\ne \log_2 5\end{cases}$$

замена:

$2^x=a$

$$\frac{a^2+13a-13}{a-1}+\frac{a^2+3a-37}{a-5}\le 2(a+11)$$

~~преобразуем первое слагаемое~~

~~$a^2+13a-13=0$~~

~~$D=169+5$~~

приведем к общему знаменателю

$$\frac{(a^2+13a-13)(a-5)+(a^2+3a-37)(a-1)}{(a-1)(a-5)}\le 2(a+11)$$

$$\frac{a^3-5a^2+13a^2-65a-13a+65+a^3-a^2+3a^2-3a-37a+37}{(a-1)(a-5)}\le 2(a+11)$$

$$\frac{2a^3+10a^2-118a+102}{(a-1)(a-5)}\le 2(a+11)\ /:2$$

$$\frac{a^3+5a^2-59a+51}{(a-1)(a-5)}\le a+11$$

$$\frac{a^3+5a^2-59a+51}{(a-1)(a-5)}-(a+11)\le 0$$

$$\frac{a^3+5a^2-59a+51}{(a-1)(a-5)}-\frac{(a+11)(a-1)(a-5)}{(a-1)(a-5)}\le 0$$

$$\frac{a^3+5a^2-59a+51-a^3+5a^2\cancel{+a^2}\cancel{+5a}+11a^2+55a\cancel{+11a+55}}{(a-1)(a-5)}\le 0$$

$$\frac{-10a^2-\cancel{98}a+106}{(a-1)(a-5)}\qquad \frac{20a^2-20a-4}{(a-1)(a-5)}\le 0$$

$20a^2-20a-4=0$

$5a^2-5a-1=0$

$D=25+20=45$

$a=\frac{5\pm\sqrt{45}}{10}$

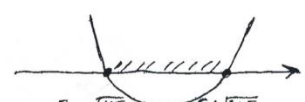
$a_1=\frac{5+\sqrt{45}}{10}$

$a_2=\frac{5-\sqrt{45}}{10}$

вернемся к замене:

$2^x=\frac{5+\sqrt{45}}{10}$ $\qquad$ $2^x=\frac{5-\sqrt{45}}{10}$

$x=\log_2\frac{5+\sqrt{45}}{10}$ $\qquad$ $x=\log_2\frac{5-\sqrt{45}}{10}$



$\log_2\frac{5-\sqrt{45}}{10}$ $\qquad$ $\log_2\frac{5+\sqrt{45}}{10}$

$x\in\left[\log_2\frac{5-\sqrt{45}}{10};\log_2\frac{5+\sqrt{45}}{10}\right]$

Ответ: $x\in\left[\log_2\frac{5-\sqrt{45}}{10};\log_2\frac{5+\sqrt{45}}{10}\right]$

Решите неравенство

$$\frac{9^x-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{9^x-7\cdot 3^x+1}{3^x-7}\le 2\cdot 3^x-24.$$

Ответ: $(-\infty;0)$; $[\log_3 5;\log_3 7)$.

$$\frac{9^x-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{9^x-7\cdot 3^x+1}{3^x-7}\leqslant 2\cdot 3^x-24$$

$$\frac{(3^x)^2-25\,3^x+26}{3^x-1}+\cancel{(3^x)}\frac{(3^x)^2-7\cdot 3^x+1}{3^x-7}\leqslant 2\cdot 3^x-24$$

Замена $3^x=t$

$$\frac{t^2-25t+26}{t-1}^{\backslash(t-7)}+\frac{t^2-7t+1}{t-7}^{\backslash(t-1)}\leqslant 2t-24^{\backslash(t-1)(t-7)}$$

$$\frac{(t^2-25t+26)(t-7)+(t^2-7t+1)(t-1)}{(t-1)\,(t-7)}\leqslant\frac{(2t-24)(t-1)(t-7)}{(t-1)\,(t-7)}$$

$$\frac{t^3-7t^2-25t^2+175t+26t-182+t^3-t^2-7t^2+7t+t-1}{(t-1)(t-7)}\leqslant\frac{(2t-24)(t^2-8t+7)}{(t-1)(t-7)}$$

$$\frac{2t^3-40t^2+209t-183}{(t-1)(t-7)}\leqslant\frac{2t^3-16t^2+14t-24t^2+192t-168}{(t-1)\,(t-7)}$$

$$\frac{2t^3-40t^2+209t-183}{(t-1)(t-7)}\leqslant\frac{2t^3-40t^2+206t-168}{(t-1)(t-7)}$$

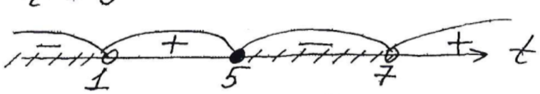
$$\frac{\cancel{2t^3}-\cancel{40t^2}+209t-183-\cancel{2t^3}+\cancel{40t^2}-206t+168}{(t-1)\,(t-7)}\leqslant 0$$

$$\frac{(3t-15)}{(t-1)(t-7)}\leqslant 0.$$

$3t-15=0$ $\quad$ $t-1\ne 0$ $\quad$ $t-7\ne 0.$

$3t=15$ $\quad$ $t\ne 1$ $\quad$ $t\ne 7$

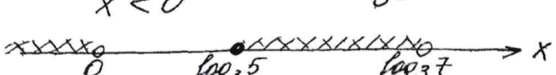
$t=5$



Замена $3^x<1$ $\quad$ $3^x\geqslant 5$ $\quad$ $3^x<7$

$3^x<3^0$ $\quad$ $x\geqslant\log_3 5$ $\quad$ $x<\log_3 7$

$x<0$



Ответ: $[\log_3 5;\log_3 7)$

№ 15.

$$(t-7)(t-1)=t^2-8t+7$$

$$\frac{9^x-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{9^x-7\cdot 3^x+1}{3^x-7}\le 2\cdot 3^x-24$$

$$\frac{9^x-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{9^x-7\cdot 3^x+1}{3^x-7}-\frac{2\cdot 3^x-24}{1}\le 0$$

$$\frac{3^{2x}-25\cdot 3^x+26}{3^x-1}+\frac{3^{2x}-7\cdot 3^x+1}{3^x-7}-\frac{2\cdot 3^x-24}{1}\le 0$$

$3^x=t$; $t>0$.

$$\frac{t^2-25t+26}{t-1}^{\backslash t-7}+\frac{t^2-7t+1}{t-7}^{\backslash t-1}-\frac{2t-24}{1}^{\backslash (t-7)(t-1)}\le 0$$

$$\frac{(t-7)(t^2-25t+26)+(t-1)(t^2-7t+1)-(t^2-8t+7)(2t-24)}{(t-1)(t-7)}\le 0$$

$$\frac{t^3-25t^2+2t-7t^2+175t-14+t^3-7t^2+t-t^2+7t-1-2t^3+16t^2-14t+24t^2-192t+168}{(t-1)(t-7)}\le 0$$

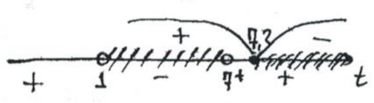
$$\frac{-21t+153}{(t-1)(t-7)}\le 0$$

$$\frac{-21t+153}{(t-1)(t-7)}=0$$

$$\begin{cases}-21t=-153\\ t\ne 1\\ t\ne 7\end{cases}$$

$-21t=-153$

$$t=\frac{153}{21}=\frac{51}{7}\approx 7{,}2$$



$t\in(1;7)\cap[\frac{51}{7};+\infty)$

$1<t<7$

$1<3^x<7$

$3^0<3^x<7$, т.к. $3>1$

$0<x<\log_3 7$

$t\ge\frac{51}{7}$

$3^x\ge\frac{51}{7}$, т.к. $3>1$

$x\ge\log_3\frac{51}{7}$

$$\begin{cases}0<x<\log_3 7\\ x\ge\log_3\frac{51}{7}\end{cases}$$

$\frac{51}{7}>7$, $3>1$ $\Rightarrow$ $0<x\le\log_3\frac{51}{7}$

Ответ: $0<x\le\log_3\frac{51}{7}$

Решите неравенство

$$\frac{4^x+13\cdot 2^x-13}{2^x-1}+\frac{4^x+3\cdot 2^x-37}{2^x-5}\le 2\cdot 2^x+22.$$

Ответ: $(-\infty;0);\ [1;\log_2 5)$.

15) $\frac{4^x+13\cdot 2^x-13}{2^x-1}+\frac{4^x+3\cdot 2^x-37}{2^x-5}\le 2\cdot 2^x+22$

ОДЗ:
$2^x \ne 1$
$x \ne 0$
$2^x \ne 5$
$x \ne \log_2 5$

$2^x = t.$

$$\frac{t^2+13t-13}{t-1}+\frac{t^2+3t-37}{t-5}-2t-22\le 0$$

$$\frac{t^3+13t^2-13t-5t^2-65t+65+t^3+3t^2-37t-t^2-3t+37+(-2t-22)(t-1)(t-5)}{(t-1)(t-5)}\le 0$$

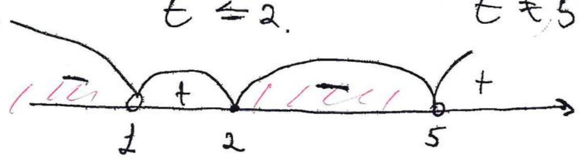
$$\frac{2t^3+10t^2-118t+102+(-2t-22)(t^2-6t+5)}{(t-1)(t-5)}\le 0$$

$$\cancel{2t^3}\ \cancel{+10t^2}-118t+102\ \cancel{-2t^3}\ \cancel{-22t^2}\ \cancel{+12t^2}+132t-10t-110\le 0$$

$4t-8\le 0.$

$4t \le 8$ $\qquad t \ne 1$

$t \le 2.$ $\qquad t \ne 5$



$2^x = 2.$
$2^x = 5.$

$t \in (-\infty;1) \cup [2;5).$

$2^x = 1.$
$x = 0.$

Ответ: $(-\infty;0) \cup [1;\log_2 5).$

Основные ошибки

1) Не используют рациональные вычисления
2) Не отработан алгоритм решения неравенств методом интервалов
3) Ошибки в использовании символических записей
4) Не делают обратной замены