



**«Анализ диагностического  
тестирования по математике 2020.  
Требования к оформлению задач с  
развернутым ответом глазами эксперта»**

*Т. П. Трушкина, методист КРИПКиПРО, председатель  
региональной комиссии ОГЭ по математике*



# Государственная итоговая аттестация по математике 9 класс (диагностическая работа) Характеристика структуры и содержания КИМ

Работа состоит из 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня, 4 задания повышенного уровня (№ 21, 22, 24, 25) и 2 задания высокого уровня (№ 23, 26).

## **Отличия:**

- нет разделение заданий на модули по алгебре и геометрии;
- блок заданий №1-№5. Проверка предметных результатов обучения математике и метапредметных результатов согласно ФГОС ООО.

- Система формирования общего балла

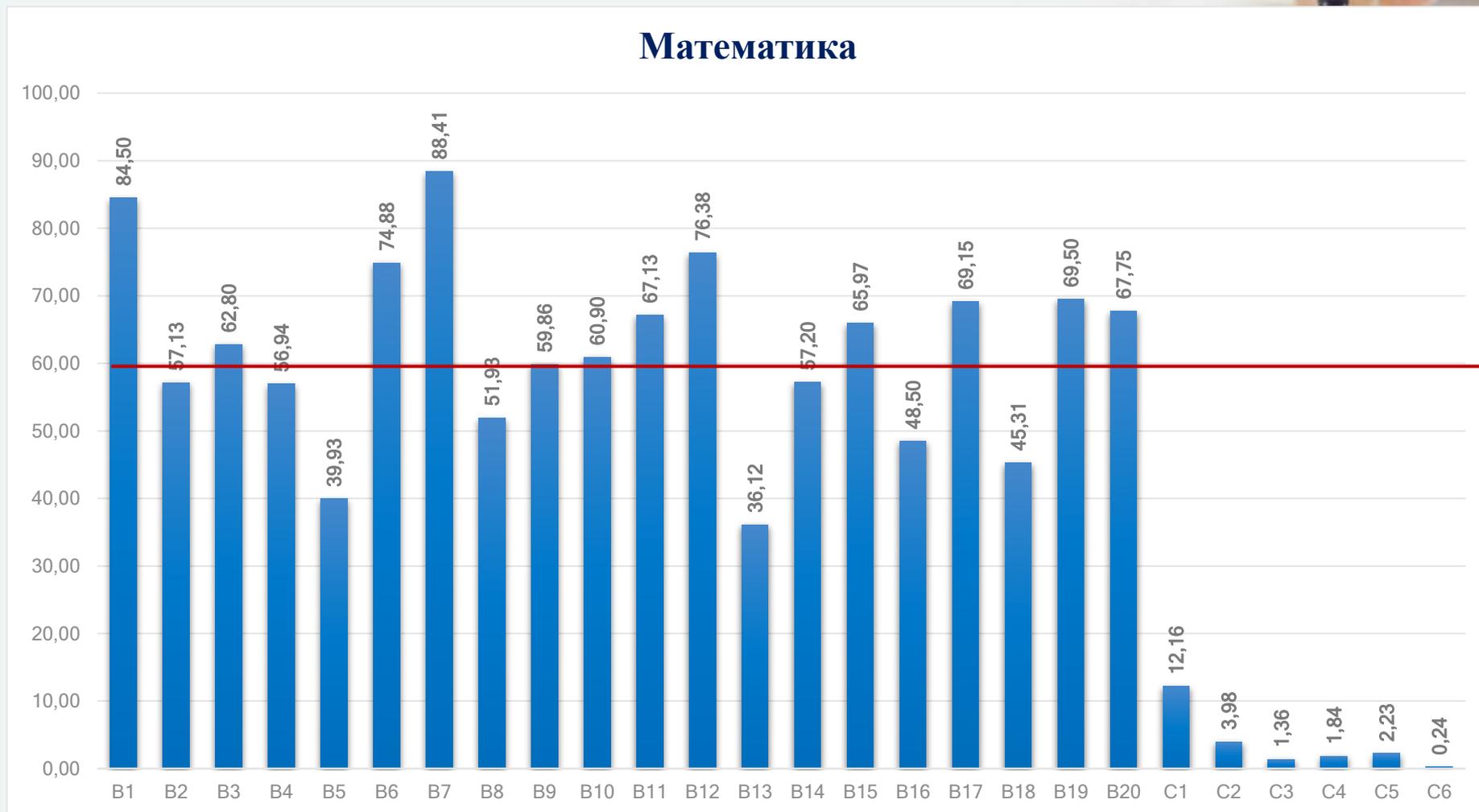
<b>Блок практико-ориентированных задач</b>				
Максимальное количество баллов за одно задание		Максимальное количество баллов		
№ 1- № 5		5		
<b>Блок заданий по алгебре</b>				
Максимальное количество баллов за одно задание		Максимальное количество баллов		
Часть 1	Часть 2	За часть 1	За часть 2	За модуль в целом
№ 1-14	№ 21-23			
1	2	14	6	20
<b>Блок заданий по геометрии</b>				
Максимальное количество баллов за одно задание		Максимальное количество баллов		
Часть 1	Часть 2	За часть 1	За часть 2	За модуль в целом
№15-20	№ 24-26			
1	2	6	6	12

**Шкала пересчета первичного балла за выполнение  
экзаменационной работы в отметку  
по пятибалльной шкале  
(предварительно)**

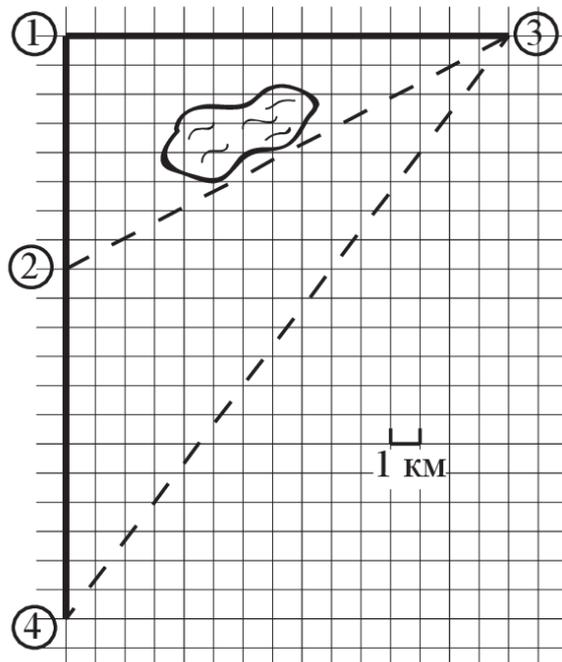
<b>Отметка по пятибалльной шкале</b>	<b>«2»</b>	<b>«3»</b>	<b>«4»</b>	<b>«5»</b>
<b>Общий балл</b>	<b>0 – 7</b>	<b>8 – 14</b>	<b>15 – 21</b>	<b>22 – 32</b>

Для получения оценки «3» и выше нужно набрать не менее 2 баллов за выполнение заданий по геометрии

# Результаты диагностического тестирования по математике 2020 г. (в %)



Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.

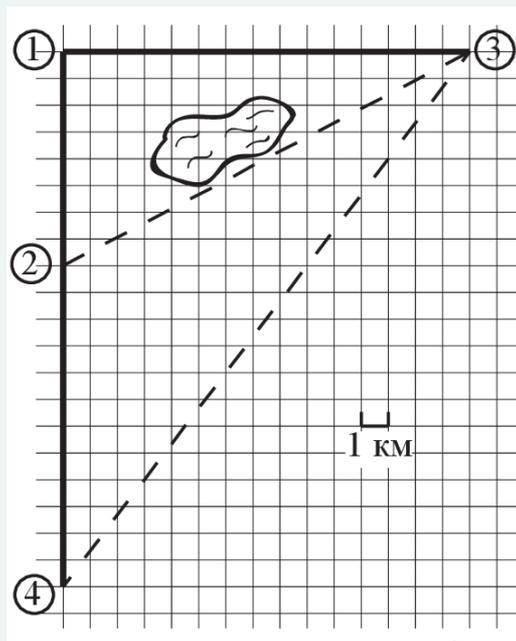


Гриша летом отдыхает у дедушки в деревне Осиновка. В субботу они собираются съездить на велосипедах в село Николаево в магазин. Из Осиновки в Николаево можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь по шоссе – через деревню Зябликово до деревни Старая, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в Николаево. Есть и третий маршрут: в Зябликово можно свернуть на прямую тропинку, которая идёт мимо пруда прямо в Николаево. По шоссе Гриша с дедушкой едут со скоростью 15 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке – 10 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов, сторона каждой клетки равна 1 км.

Старая

Зябликово

Осиновка



Николаево



84,50 %

57,13 %

**1** Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. В ответ запишите полученную последовательность четырёх цифр.

Населённые пункты	д. Старая	д. Осиновка	д. Зябликово	с. Николаево
Цифры				

Ответ: \_\_\_\_\_.

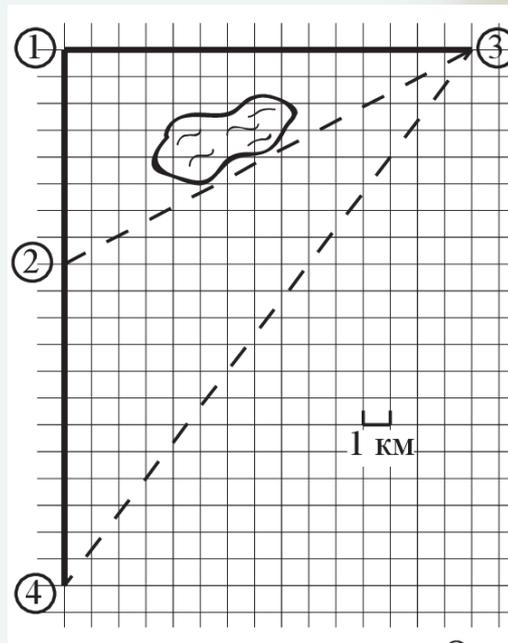
**2** Найдите расстояние от Николаево до Зябликово. Ответ выразите в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Старая**

**Зябликово**

**Осиновка**



**Николаево**



3

Сколько километров проедут Гриша с дедушкой, если они в Зябликово свернут на тропинку, идущую мимо пруда?

**62,8 %**

Ответ: \_\_\_\_\_.

4

Сколько времени затратят на дорогу Гриша с дедушкой, если поедут по прямой лесной дорожке? Ответ выразите в минутах.

**56,94 %**

Ответ: \_\_\_\_\_.

5

Определите, на какой маршрут потребуется меньше всего времени. В ответе укажите, сколько минут потратят на дорогу Гриша с дедушкой, если поедут этим маршрутом.

**39,93 %**

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Результаты выполнения задания № 6 (диагностика 2020 г) и № 1 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения по региону в	
			2020 г	2019 г
Числа и вычисления.	Выполнять, сочетая устные и письменные приёмы, арифметические действия с рациональными числами, вычислять значения числовых выражений; переходить от одной формы записи чисел к другой	Б	74,88	94,51

2020 г

Найдите значение выражения  $9,9 \cdot 7,1$ .

2019 г

$\frac{8,7}{2,9}$

## Результаты выполнения задания № 7 (диагностика 2020 г) и № 3 (2019 г)

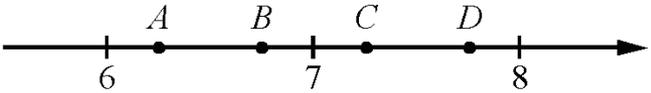
Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Сравнение рациональных чисел. Квадратный корень из числа. Нахождение приближенного значения корня	Сравнивать действительные числа. Округлять целые числа и десятичные дроби, выполнять прикидку результата вычислений. Находить в несложных случаях значения корней. Изображать числа точками на координатной прямой.	88,41	93,99

Между какими целыми числами заключено число  $\frac{190}{17}$ ?

1) 10 и 11                      2) 11 и 12                      3) 12 и 13                      4) 13 и 14

2020 г

На координатной прямой отмечены точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Одна из них соответствует числу  $\sqrt{53}$ . Какая это точка?



1) точка  $A$                       2) точка  $B$                       3) точка  $C$                       4) точка  $D$

2019 г

# Результаты выполнения задания № 8 (диагностика 2020 г) и № 4 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Сравнение рациональных чисел. Квадратный корень из числа. Нахождение приближенного значения корня	Сравнивать действительные числа. Округлять целые числа и десятичные дроби, выполнять прикидку результата вычислений. Находить в несложных случаях значения корней. Изображать числа точками на координатной прямой.	51,93	88,54

Найдите значение выражения  $\sqrt{(3\sqrt{3}-7)^2} + 3\sqrt{3}$ .

**2020 г**

Найдите значение выражения  $\frac{5^5}{25}$ .

**2019 г**

# Результаты выполнения задания № 9 (диагностика 2020 г) и № 6 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону в	
		2020 г	2019 г
Уравнение с одной переменной, уравнения.	Решать линейные, квадратные уравнения и рациональные уравнения, сводящиеся к ним	59,84	74,89

2020 г

9

Решите уравнение  $8x^2 = 72x$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

2019 г

Найдите корень уравнения

$$\frac{11}{x+3} = 10.$$

## Результаты выполнения задания № 10 (диагностика 2020 г) и № (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Равновозможные события и подсчет их вероятности.	Исследовать модели реальной ситуацией с использованием аппарата вероятности	60,90	87,02

**2020 г**

В магазине канцтоваров продаётся 84 ручки, из них 22 красных, 9 зелёных, 41 фиолетовая, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или фиолетовой.

**2019 г**

В фирме такси в данный момент свободно 30 машин: 1 черная, 9 желтых и 20 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет желтое такси.

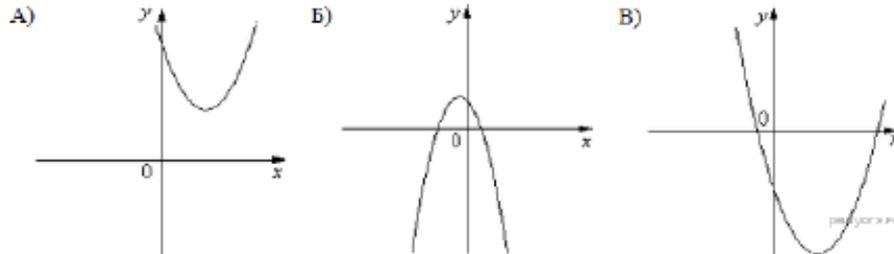
# Результаты выполнения задания № 11 (диагностика 2020 г) и № 10 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Числовые функции. Линейная, квадратичная функция. Обратная пропорциональность	Уметь строить и читать графики функций	67,13	82,34

**2019 г**

На рисунке изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $a$  и  $c$ .

ГРАФИКИ



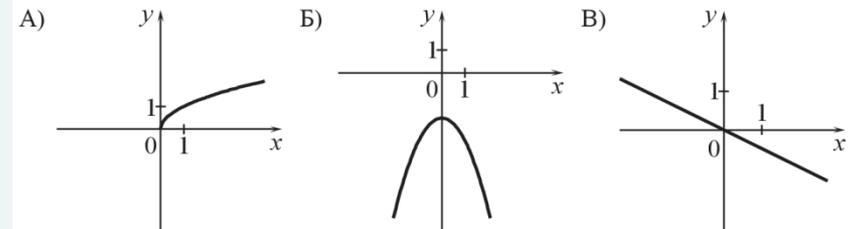
КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1)  $a < 0, c > 0$       2)  $a > 0, c < 0$       3)  $a > 0, c > 0$

**2020 г**

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

- 1)  $y = -\frac{1}{2}x$       2)  $y = -x^2 - 2$       3)  $y = \sqrt{x}$

# Результаты выполнения задания № 12 (диагностика 2020 г) и № 11 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Числовые последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии.	Решать элементарные задачи, связанные с числовыми последовательностями. Распознавать арифметические и геометрические прогрессии; решать задачи с применением формулы общего члена и суммы нескольких первых членов прогрессий	76,38	74,69

**2020 г**

Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:

7; 14; 28; ...

Найдите её пятый член.

**2019 г**

Последовательность  $(c_n)$  задана условиями

$c_1 = -4, c_{n+1} = c_n - 2$ . Найдите  $c_8$

## Результаты выполнения задания № 13 (диагностика 2020 г) и № 12 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Рациональные выражения и их преобразования.	Выполнять тождественные преобразования рациональных выражений Находить значения буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования	36,12	58,04

**2020 Г**

Найдите значение выражения  $\frac{xy + y^2}{18x} \cdot \frac{6x}{x + y}$  при  $x = 6,9$ ,  $y = -9,3$ .

**2019 Г**

Найдите значение выражения  $\left(\frac{1}{5a} + \frac{1}{7a}\right) \cdot \frac{a^2}{8}$   
при  $a = -4,2$ .

**Результаты выполнения задания  
№ 14 (диагностика 2020 г) и № 13(2019 г)**

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Представление зависимости между величинами в виде формул	Осуществлять практические расчеты по формулам, выражающие зависимости между величинами	57,20	81,39

**2020 г**

Центростремительное ускорение при движении по окружности (в  $\text{м/с}^2$ ) вычисляется по формуле  $a = \omega^2 R$ , где  $\omega$  — угловая скорость (в  $\text{с}^{-1}$ ),  $R$  — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус  $R$ , если угловая скорость равна  $6 \text{ с}^{-1}$ , а центростремительное ускорение равно  $18 \text{ м/с}^2$ . Ответ дайте в метрах.

**2019 г**

В фирме «Чистая вода» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле  $C = 6500 + 4000n$ , где  $n$  — число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 13 колец.

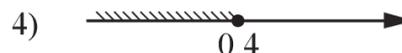
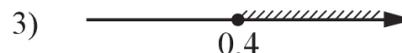
# Результаты выполнения задания № 15 (диагностика 2020 г) и № 14 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Неравенства с одной переменной и их системы	Решать неравенства и системы неравенства с одной переменной. Применять графические представления при решении неравенств и их систем	65,97	70,77

**2020 г**

Укажите решение неравенства

$$x - 2 \leq 4x + 4.$$



**2019 г**

Решение какого из данных неравенств изображено на рисунке?



1) $x^2 - 4 \geq 0$	2) $x^2 - 4x \geq 0$
3) $x^2 - 4 \leq 0$	4) $x^2 - 4x \leq 0$

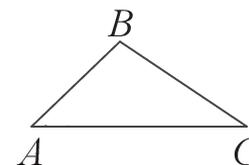
## Результаты выполнения задания № 16 (диагностика 2020 г) и № 16 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	48,5	64,65

**2020 г**

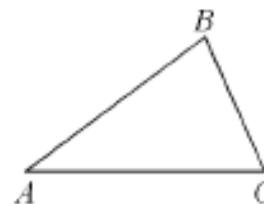
В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = 8$ ,  $BC = 10$ ,  $AC = 14$ . Найдите  $\cos \angle ABC$ .

Ответ:



**2019 г**

В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = 15$ ,  $BC = 8$ ,  $\sin \angle ABC = \frac{5}{6}$ . Найдите площадь треугольника

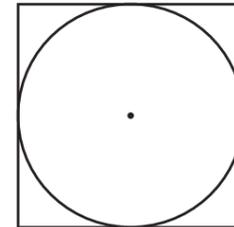


## Результаты выполнения задания № 17 (диагностика 2020 г) и № 17 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2019 г	2019 г
Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	69,15	87,69

2020 г

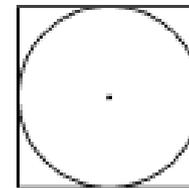
Сторона квадрата равна 34. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.



Ответ: \_\_\_\_\_.

2019 г

Сторона квадрата равна 56. Найдите радиус окружности вписанной в этот квадрат.



## Результаты выполнения задания № 18 (диагностика 2020 г) и № 18 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	45,31	84,25

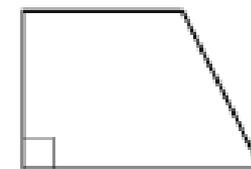
**2020 Г**

Диагонали параллелограмма равны 10 и 30, а угол между ними равен  $30^\circ$ . Найдите площадь этого параллелограмма.



**2019 Г**

Один из углов прямоугольной трапеции равен  $72^\circ$ . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

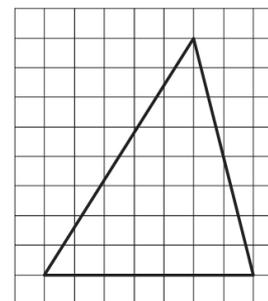


## Результаты выполнения задания № 19 (диагностика 2020 г) и № 19 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	69,50	83,06

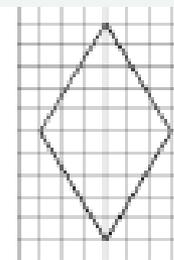
**2020 г**

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите его площадь.



**2019 г**

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{см} \times 1\text{см}$  изображён ромб. Найдите его площадь.



## Результаты выполнения задания № 20 (диагностика 2020 г) и № 20 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	67,75	82,86

**2020 Г**

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.
- 2) Если диагонали параллелограмма равны, то это прямоугольник.
- 3) Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

**2019 Г**

Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Диагонали ромба равны.
- 2) Отношение подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
- 3) В треугольнике против большего угла лежит большая сторона.

## Требования к выполнению заданий с развернутым ответом

- Решение должно быть математически **ГРАМОТНЫМ И ПОЛНЫМ**, из него должен быть понятен ход рассуждений учащегося. Оформление решения должно обеспечивать выполнение указанных выше требований
- Лаконичное решение, не содержащее неверных утверждений, все выкладки которого правильны, следует рассматривать как решение без недочетов.

## Оценивание заданий части 2:



❖ Учащийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ – 2 балла.

❖ В решении допущена ошибка, не носящая принципиального характера и не влияющая на общую правильность хода решения, то учащемуся засчитывается 1 балл

# Уточнение: «ошибка или описка»

- **1 балл** допускается ставить в тех случаях, когда единственная вычислительная ошибка (описка) стала причиной того, что неверен ответ.
- К вычислительным ошибкам не относятся **ошибки в формулах при решении квадратного уравнения, действиях с числами с разными знаками, упрощении выражений со степенями и корнями и т.д.**



## Результаты выполнения второй части работы

	№ 21	№ 22	№ 23	№ 24	№ 25	№ 26
2019 г.	14,42	14,16	3,53	4,99	3,41	1,24
Диагностика 2020	12,16	3,98	1,36	1,84	2,23	0,4

## Задание 21

21

Решите уравнение  $x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$ .

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$(x + 4)(x^2 - 9) = 0,$$

откуда  $x = -4$ ,  $x = -3$  или  $x = 3$ .

Ответ:  $-4$ ;  $-3$ ;  $3$ .

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

## Задание 21

$$\text{№21. } x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0.$$

Найдём целые делители св. члена  $-36: \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 12, \pm 36$ .

$$x=1$$

$$1+4-9-36 \neq 0$$

$$x=-1, \quad -1+4+9-36 \neq 0$$

$$x=2, \quad 8+16-18-36 \neq 0$$

$$x=-2, \quad -8+16+18-36 \neq 0$$

$x=3$  - корень.

$$27+36-27-36=0$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 4x^2 - 9x - 36 & x-3 \\ \hline -x^2 - 3x^2 & x^2 + 7x + 12 \\ \hline 7x^2 - 9x & \\ -7x^2 - 21x & \\ \hline 12x - 36 & \\ 12x - 36 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x-3)(x^2+7x+12)=0.$$

$$x=3 \quad \text{или} \quad x^2+7x+12=0.$$

$$D=49-48=1$$

$$x_1 = \frac{-7-1}{2} = -4$$

$$x_2 = \frac{-7+1}{2} = -3$$

Ответ:  $-4; -3; 3$ .

# Основные ошибки

A close-up photograph of a person's hand holding a black pen with a gold nib, writing on a white document. The document has some faint, illegible text on it. The background is blurred, showing what appears to be a desk or a stack of papers.

- Не отработан метод разложения на многочлена множители
- Ошибки в знаках
- Не могут выбрать метод решения уравнения

# Примеры записи

# решений задания № 21

## Пример 1

$$\begin{aligned}
 x^3 + 4x^2 - 9x - 36 &= 0 \\
 (x^3 + 4x^2) - (9x - 36) &= 0 \\
 x^2(x+4) - 9(x+4) &= 0 \\
 (x+4) \cdot (x^2 - 9) &= 0 \\
 x+4=0 & \quad x^2-9=0 \\
 x=-4 & \quad x^2=9 \\
 & \quad x=\pm 3
 \end{aligned}$$

## Пример 2

$$\begin{aligned}
 21. \quad x^3 + 4x^2 - 9x - 36 &= 0 \\
 x^2(x+4) - 9(x-4) &= 0 \\
 (x^2-9)(x+4) &= 0 \\
 x^2 &= 9 \\
 x &= \pm 3 \\
 x^2 &= 3 \\
 x &= \pm \sqrt{3} \\
 x^3 &= -4 \\
 \text{Ответ: } x_1 &= -3; x_2 = 3; x_3 = -4
 \end{aligned}$$

## Пример 3

$$\begin{aligned}
 21. \quad x^3 + 4x^2 - 9x - 36 &= 0 \\
 \text{Способ группировки:} \\
 (x^3 + 4x^2) + (-9x - 36) &= 0 \\
 x^2(x+4) + (-9)(x+4) &= 0 \\
 (x^2-9)(x+4) &= 0 \\
 x_1 = 3, x_2 = -3, x_3 = -4 \\
 \text{Ответ: } x_1 &= 3, x_2 = -3, x_3 = -4
 \end{aligned}$$

## Пример 4

$$\begin{aligned}
 x^3 + 4x^2 - 9x - 36 &= 0 \\
 x^2 \cdot (x+4) - 9 \cdot (x+4) &= 0 \\
 (x^2-9) \cdot (x+4) &= 0 \\
 x^2-9=0 & \quad x+4=0 \\
 x^2=9 & \quad x=-4 \\
 x=\pm 3 & \\
 \text{Ответ: } \pm 3; 4 &
 \end{aligned}$$

## Пример 5

$$\begin{aligned}
 x^3 + 4x^2 - 9x - 36 &= 0 \\
 x^2 \cdot (x+4) - 9(x+4) &= 0 \\
 (x^2-9) \cdot (x+4) &= 0 \\
 x^2-9=0 & \quad x+4=0 \\
 x^2=9 & \quad x=-4 \\
 x_1 = -\sqrt{9} = -3 & \\
 x_2 = \sqrt{9} = 3 &
 \end{aligned}$$

## Пример 5

$$\begin{aligned}
 \text{Решите уравнение } x^3 + 4x^2 - 9x - 36 &= 0 \\
 \text{Решение: } x^3 + 4x^2 - 9x - 36 &= 0 \\
 (x^3 - 9x) + (4x^2 - 36) &= 0 \\
 x(x^2 - 9) + 4(x^2 - 9) &= 0 \\
 (x^2 - 9)(x + 4) &= 0 \\
 x^2 - 9 = 0 & \quad \text{или} \quad x + 4 = 0 \\
 x^2 = 9 & \quad x = -4 \\
 x = \pm 3 & \\
 \text{Ответ: } -4; -3; 3 &
 \end{aligned}$$

Ответ: -4; -3; 3

Решите уравнение  $x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$ .

$$x^3 + 4x^2 - \overline{9x - 36} = 0.$$

Оцените решение

21

Решите уравнение  $x^3 + 4x^2 - 4x - 16 = 0$ .

Ответ:  $-4; -2; 2$ .

Задача N 21.

$$x^3 + 4x^2 - 4x - 16 = 0.$$

$$(x^3 + 4x^2) - (4x - 16) = 0$$

$$x^2(x+4) - 4(x+4) = 0.$$

$$(x^2 - 4) \cdot (x+4) = 0$$

$$x^2 - 4 = 0 \quad \text{или} \quad x+4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x_3 = -4$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$

Ответ:  $x_1 = 2; x_2 = -2; x_3 = -4$

0 баллов

**Комментарии:**

В решении допущена  
ошибка в

разложении многочлена на  
множители

$$21) \quad x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$$

$$(x^3 + 4x^2) - (9x + 36) = 0$$

$$x^2(x + 4) - 3(3x + 12) = 0$$

$$x^2(x + 4) - 3 \cdot 3(x + 4) = 0$$

$$(x^2 - 9)(x + 4)$$

$$x^2 - 9 = 0 \quad \text{или} \quad x + 4 = 0$$

$$x^2 = \pm \sqrt{9}$$

$$x = -4$$

$$x^2 = \pm 3$$

Отв белл; (-4; -3; 3).

$$21) \quad x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$$

$$x^2(x+4) - 9(x+4) = 0$$

$$(x+4)(x^2-9) = 0$$

$$1) \quad x+4 = 0$$

$$x = -4$$

$$2) \quad x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3$$

Lösungen:  $(-4; 3)$

21

Решите уравнение  $\frac{1}{(x-3)^2} - \frac{3}{x-3} - 4 = 0$ .

Решение.

Пусть  $t = \frac{1}{x-3}$ , тогда уравнение принимает вид:

$$t^2 - 3t - 4 = 0,$$

откуда  $t = -1$  или  $t = 4$ .

Уравнение  $\frac{1}{x-3} = -1$  имеет корень 2.

Уравнение  $\frac{1}{x-3} = 4$  имеет корень  $\frac{13}{4}$ .

Таким образом, решение исходного уравнения:  $x = 2$  и  $x = \frac{13}{4}$ .

Ответ: 2;  $\frac{13}{4}$ .

## Основные ошибки

При решения неравенства  $(x - 3)^2 \neq 0$ , не видят, что и  $x - 3 \neq 0$

Вычислительные ошибки

Найденные ограничения на область определения вносят в ответ

Задание 21.

$$\left(\frac{1}{x-3}\right)^2 - \frac{3}{x-3} - 4 = 0 \quad / \cdot (x-3)^2$$

$$1 - 3(x-3) - 4(x-3)^2 = 0$$

$$1 - 3x + 9 - 4(x^2 - 6x + 9) = 0$$

$$-3x + 10 - 4x^2 + 24x - 36 = 0$$

$$-4x^2 + 21x - 26 = 0 \quad / \cdot (-1)$$

$$4x^2 - 21x + 26 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 441 - 116 = 25 > 0; \quad 2 \text{ корня}$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1/2} = \frac{21 \pm 5}{8} = \begin{cases} 3,25 \\ 2 \end{cases}$$

Ответ: 2; 3,25.

$$OD3: (x-3)^2 \neq 0;$$

$$x^2 - 6x + 9 \neq 0;$$

$$D_1 = k^2 - ac;$$

$$D = 0; \quad 1 \text{ корень}$$

$$x = \frac{-k}{a}$$

$$x \neq 3$$

21

Задача 2.1.

$$\frac{1}{(x-3)^2} - \frac{3}{x-3} - 4 = 0$$

$$\frac{1}{(x-3)(x-3)} - \frac{3}{x-3} - 4 \stackrel{(x-3)}{\quad} \stackrel{(x^2-6x+9)}{\quad} = 0$$

$$\frac{1}{x^2-6x+9} - \frac{3(x-3)}{x^2-6x+9} - \frac{4(x^2-6x+9)}{x^2-6x+9} = 0$$

$$\frac{1 - 3x + 9 - 4x^2 + 24x - 36}{x^2 - 6x + 9} = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 \neq 0$$

$$-4x^2 + 21x - 26 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (21)^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-26) = 441 - 416 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{6 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot (-4)} = \frac{6 \pm 5}{-8}$$

$$x_1 = \frac{6+5}{-8} = \frac{11}{-8} = -1,375 \quad x_2 = \frac{6-5}{-8} = \frac{1}{-8} = -0,125$$

Проверка:

$$(-1,375)^2 - 6 \cdot (-1,375) + 9 \neq 0$$

$$(-0,125)^2 - 6 \cdot (-0,125) + 9 \neq 0$$

Ответ:  $-1,375$  ;  $-0,125$

06

# Примеры записи ответов в задании 21

Пример

$$\sqrt{21}$$
$$\frac{1}{(x-3)^2} - \frac{3}{x-3} - \frac{4}{1} = 0$$

$$\frac{1-3x+9-4x^2+24x-36}{(x-3)^2} = 0$$

$$\frac{-4x^2+21x-26}{x^2-6x+9} = 0$$

$$-4x^2+21x-26=0$$

$$D = 441 - 4 \cdot (-4) \cdot (-26) = 441 - 216 = 225$$

$$x = \frac{-21 \pm 15}{-8}$$

$$x_1 = \frac{-21+15}{-8} = \frac{-6}{-8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$x_2 = \frac{-21-15}{-8} = \frac{-36}{-8} = \frac{36}{8} = \frac{9}{2} = 4,5$$

Ответ: 0,75; 4,5.

15'

## Примеры записи

$$21) \frac{1}{(x-3)^2} - \frac{3}{x-3} - 4 = 0$$

Чтобы решить уравнение, нам нужно найти общий знаменатель. Это  $(x-3)^2$ . Далее подставим множители в числитель.

$$\frac{1 - 3(x-3) - 4(x-3)^2}{(x-3)^2} = 0$$

Теперь раскроем скобки в числителе.

$$\frac{1 - 3x + 9 - 4x^2 + 24x - 36}{(x-3)^2} = 0$$

Далее решим порядковое уравнение в числителе.

$$\frac{-4x^2 + 21x - 26}{(x-3)^2} = 0$$

В числителе мы видим квадратное уравнение, которое решим по формуле корней квадратного уравнения:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ , где  $D = b^2 - 4ac$

$$D = 441 - 4 \cdot (-4) \cdot (-26)$$

$$D = 225$$

$$x_1 = \frac{-21 + 15}{-8} = \frac{-6}{-8} = 0,75$$

$$x_2 = \frac{-21 - 15}{-8} = \frac{-36}{-8} = 4,5$$

Проверим на обороте

## решений задания № 21

Получилось два корня: 0,75 и 4,5.

Теперь проверим, верны ли они. Чтобы корни были верны, мы должны подставить их в знаменатель. Знаменатель должен быть не равен 0.

Подставим первый корень.

$$(0,75 - 3)^2 = 56,25 - 2 \cdot 2,25 + 9 = 60,25$$

$60,25 \neq 0$ , значит первый корень — верный.

Далее проверим второй корень.

$$(4,5 - 3)^2 = 12,25 - 2 \cdot 3 + 9 = 23,75$$

$23,75 \neq 0$ , значит, второй корень тоже верный.

Ответ: 0,75; 4,5.

05.

# Примеры записи ответов в задании 21

## Пример

$$21) \frac{1}{(x-3)^2} - \frac{x^3}{x-3} - 4 = 0$$

$$\frac{1-3x+9-4 \cdot (x^2-6x+9)}{x^2-6x+9} = 0$$

$$1-3x+9-4x^2+24x-36=0$$

$$-4x^2+21x-26=0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-21 \pm \sqrt{441 - 416}}{-8} = \frac{-21 \pm 5}{-8} = \frac{26}{8}; \frac{16}{8} = 3,25; 2$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2} = 3$$

Ответ: 2; 3; 3,25

Комментарии:

В ответ вносятся посторонние корни

$$21) \frac{1}{(u-3)^2} - \frac{3}{u-3} - 4 = 0$$

$$\frac{1-3(u-3)-4(u-3)^2}{(u-3)^2} = 0$$

$$\frac{1-3u+9-4(u^2-6u+9)}{(u-3)^2} = 0$$

$$4u^2 - 21u + 26 = 0 \quad a=4 \quad b=-21 \quad c=26$$

$$D = b^2 - 4ac = (-21)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 26 = 441 - 416 = 25$$

$$u_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{21 - 5}{8} = \frac{16}{8} = 2 \quad u_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{21 + 5}{8} = \frac{26}{8}$$

Ответ: 3; 2; 3,25

$$\frac{1-3u+9-4u^2+24u-36}{(u-3)^2}$$

$$(u-3)^2 \neq 0 \quad u \neq 3$$

$$1-3u+9-4u^2+24u-36 = 0$$

$$-4u^2+21u-26=0$$

↑  
15

$$2) (x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0 \quad \text{Пусть } (x-1)^2 = t$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

пог. Ветви пог. отр. т. Ветви  
 $t_1, t_2 = 2$  |  $t_1 = -1$  не удовлетворяет условию

$$t_1 t_2 = -3 \quad \underline{t_+ = 3}$$

$$(x-1)^2 = t \quad t = 3$$

$$(x-1)^2 = 3$$

$$x^2 - 2x + 1 - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 4 + 8 = 12$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 - \sqrt{12}}{2} = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2}$$
$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2}; \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2}$$

Комментарии:

- не указано условие, которому не соответствует корень -1,
- не закончено вычисление корней (не сократил дробь на 2)

## ЗАДАНИЕ № 22

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

## **Алгоритм решения задачи с помощью уравнений:**

- **1. Проанализировать условие и определиться, какую величину обозначим переменной .**
- **2. Через выбранную переменную выразить другие неизвестные величины, записать соответствующие математические выражения.**
- **3. Составить уравнение, опираясь на данные, имеющиеся в условии задачи**
- **4. Решить полученное уравнение.**
- **5. Записать ответ.**

22

Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 11 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 66 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 40 км/ч.

Решение.

Пусть весь путь составляет  $2s$  км, а скорость первого автомобилиста  $v$  км/ч, тогда первую половину пути второй автомобилист ехал со скоростью  $v - 11$  км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{2s}{v} = \frac{s}{v-11} + \frac{s}{66};$$
$$132v - 1452 = 66v + v^2 - 11v;$$
$$v^2 - 77v + 1452 = 0,$$

откуда  $v = 33$  или  $v = 44$ . Первое из этих значений не подходит, поскольку оно не превосходит 40.

Значит, скорость первого автомобилиста равна 44 км/ч.

Ответ: 44 км/ч.

- ошибки в составлении математической модели задачи;
- ошибки в преобразовании алгебраического выражения при решении дробно-рационального уравнения;
- отсутствуют пояснения при составлении математической модели реальной ситуации.

## Примеры записи ответов в задании 22

№ 22.

Пусть  $x$  — скорость первого автомобиля, тогда  
 $x - 11$  — скорость второго автомобиля на  $\frac{1}{2} S$  (первая половина)

$66$  — скорость второго автомобиля на  $\frac{1}{2} S$  (вторая половина)

Весь путь —  $S(1)$ .

Составим равенство:

$$\frac{S}{x} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot (x-11)} + \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 66}$$

$$\frac{S}{x} = \frac{132 + 2x - 22}{2x - 22 + 132}$$

$$x = \frac{1 \cdot (2x - 22 + 132)}{132 + 2x - 22}$$

$$x = \frac{2x - 22 + 132}{132 + 2x - 22}$$

$$x = \frac{1}{1} = 1$$

Комментарии:

- 1) Использует два обозначения для пути
- 2) Не верно приводит в правой части дроби к общему знаменателю

## Примеры записи ответов в задании 22

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{x-11} + \frac{1}{66}$$

$$66 \cdot (2x - 22) = x \cdot 66 + x(x - 11)$$

$$132x - 1452 = 66x + x^2 - 11x$$

$$x^2 - 77x + 1452 = 0$$

$$D = 5929 - 5308 = 121$$

$$x_1 = 33$$

$$x_2 = 44$$

Комментарии:

- 1) Не все шаги выполнены (не обозначено, что берется за  $X$ , что обозначают другие выражения входящие в составленную модель)
- 2) Нет ответа.

N22.

$$\frac{2}{x} = \frac{1^{166}}{x-11} + \frac{1^{x-11}}{66}$$

$$\begin{aligned} x &\neq 0 \\ x &\neq 11 \end{aligned}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{66 + x - 11}{66(x-11)}$$

~~$$2x = x(66 + x - 11)$$~~

$$2 \cdot 66 \cdot (x-11) = x(66 + x - 11)$$

$$132x - 1452 = x(55 + x)$$

$$132x - 1452 = 55x + x^2$$

$$-x^2 + 132x - 55x - 1452 = 0 \quad | : (-1)$$

$$x^2 - 132x + 55x + 1452 = 0$$

$$x^2 - 77x + 1452 = 0$$

$$D = (b^2 - 4ac) = (-77)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1452 = 5929 - 5808 = 121$$

$D > 0$ ; 2 корня

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{77 \pm 11}{2}$$

$$x_1 = \frac{88}{2} = 44$$

$$x_2 = \frac{66}{2} = 33 - \text{ не удовлетворяет условию задачи}$$

~~$x = 44 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$~~  - скорость первого автомобиля

Ответ:  $44 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$  - скорость первого автомобиля.

- Комментарии:

Не все шаги выполнены (не обозначено, что берется за X, что обозначают другие выражения входящие в составленную модель)



22.  $x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$  - скорость первого автомобиля

$x - 11$  - скорость II автомобиля на 1-ой половине пути

$$\frac{2S}{66} = \frac{S}{x-11};$$

$$\frac{2S}{66} = \frac{S}{33};$$

$$\frac{S}{33} \times \frac{x-11}{S};$$

$$S^2 = 33x - 363 \quad | :33;$$

$$S^2 = x - 11;$$

$$S = \pm \sqrt{x-11};$$

$$S = 60;$$

$$x - 11 = 49;$$

$$x = 60.$$

Ответ:  $60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$  - скорость I автомобиля

• Комментарии:

Не верное предположение, что второй автомобиль проехал половину пути в обоих случаях за одинаковое время

~ 22

Пусть  $x$  км/ч  $\mathcal{V}$  Автомобилиста

Пусть  $y$  км  $S$ , который отъехали

	$S$ (км)	$\mathcal{V}$ (км/ч)	$t$ (ч)
I	$y$	$x$	$\frac{y}{x}$
II	<del><math>y</math></del>	<del><math>2(x-11)</math></del>	<del><math>\frac{y}{2(x-11)}</math></del>
	$0,5y$	$2,66$	$\frac{y}{2,66}$

$$\frac{y}{x} = \frac{y}{2(x-11)} + \frac{y}{2,66} \quad | (: ) y$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2x-22} + \frac{1}{132}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{2x-22} - \frac{1}{132} = 0 \quad | (: ) 132 \times (2x-22)$$

• Комментарии:

Не точно выражает скорости второго автомобиля

## Пример записи решения в задании 22

22 Пусть весь путь = 1, а скорость первого  $x$  км/ч. Известно, что 1-ый автомобилист проехал его с постоянной скоростью  $\Rightarrow$  он проехал его за  $\frac{1}{x}$  ч. Второго автомобилиста  $(x-11)$  км/ч  $\Rightarrow$  одну половину проехал за  $\frac{1}{2(x-11)}$  ч, а вторую за  $\frac{1}{132}$  ч. (Здесь, весь путь он потратил  $(\frac{1}{2(x-11)} + \frac{1}{132})$  ч. Из условия оба автомобилиста приехали в пункт В одновременно.)

Составим уравнение =

$$\frac{1}{2(x-11)} + \frac{1}{132} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{66x + x^2 - 11x - 132x + 1452}{132x(x-11)} = 0$$

$$132x(x-11) \neq 0$$

$$x^2 - 77x + 1452 = 0$$

$$D = 5929 - 5808 = 121 = 11^2$$

$$x_1 = \frac{77-11}{2} = 33 \text{ (не удовл. условию, т.к. } x > 40)$$

$$x_2 = \frac{77+11}{2} = 44$$

44 км/ч — скорость 1-ого автомобилиста.

Ответ = 44 км/ч.

25.

## Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задание 22)

### Задание 22.

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Ответ: 18 км/ч.

	$v$	$t$	$S$
по теч	$x+4$	$\frac{77}{x+4}$	77
пр теч	$x-4$	$\frac{77}{x-4}$	77

составим уравнение:

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$

$$\frac{77(x+4) - 77(x-4) - 2(x^2-16)}{x^2-16} = 0$$

$$0 \text{ @ } 3: x \neq 4; x \neq -4$$

$$77(x+4 - x+4) - 2(x^2-16) = 0$$

$$77 \cdot 8 - 2x^2 + 32 = 0$$

$$616 - 2x^2 + 32 = 0$$

$$2x^2 - 648 = 0$$

$$x^2 = 324$$

$$x_1 = 18$$

$$x_2 = -18$$

$$\text{ответ: } 18$$

### Комментарии:

- Нет объяснения что обозначено за  $x$ ;
- нет наименований введённых переменных;
- нет отбора корней

1 балл

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Ответ: 18 км/ч.



N22

$v$	$t$	$S$
$(x-4)$ км/ч	$\frac{77}{x-4}$ ч	77 км
$(x+4)$ км/ч	$\frac{77}{x+4}$ ч	77 км

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$

$$77(x+4) - 77(x-4) = 2(x^2 - 16)$$
$$77x + 308 - 77x + 308 = 2x^2 - 32$$
$$616 = 2x^2 - 32 \quad | : 2$$
$$308 = x^2 - 16$$
$$324 = x^2$$
$$x = \pm 18$$

Ответ: 18 км/ч

Комментарии:

- в решении не указано, что такое  $x$ ,
- в таблице не указано движение по течению и против течения,
- не обоснован выбор корня  $+18$ .

22

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 93 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям по платформе со скоростью 3 км/ч, за 8 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

Скорость сближения пешехода и поезда равна  $93 - 3 = 90$  км/ч. Заметим, что 1 м/с равен 3,6 км/ч. Значит, длина поезда в метрах равна

$$\frac{90 \cdot 8}{3,6} = 200.$$

Ответ: 200 м.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Не объяснения к решению задачи по действиям

Ошибки в переводе единиц измерения

## Правило оформления текстовой задачи (5-6 класс)

- 1) Составить и записать краткое условие к задаче (схема, чертёж, таблица). В условии должен быть указан главный вопрос задачи.
- 2) При решении задачи по действиям необходимо записывать наименование полученных результатов и пояснения к каждому действию.
- 3) При решении задачи выражением необходимо записать наименование рядом с полученным результатом и дать пояснение к выражению.
- 4) В задачах на движение записываются используемые формулы.
- 5) После решения записывается ответ (число с кратким наименованием: кг, км,  $\text{дм}^2$ , мин и др.). Пояснение в ответе записывают, если оно не сделано в последнем действии или не дано после решения выражением.

## Примеры записи ответов в задании 22

~ 22

$$1) 93 - 3 = 90 \text{ (км/ч)}$$

$$2) 8 \text{ с} = \frac{1}{450} \text{ ч}$$

$$3) 90 \cdot \frac{1}{450} = 0,2 \text{ (км)} = 200 \text{ (м)}$$

Ответ: 200 метров.

см. на 01

$$22. 93 - 3 = 90 \text{ км/ч}$$

$$90 \text{ км/ч} = 25 \text{ м/с}$$

$$25 \cdot 8 = 200 \text{ м}$$

Ответ: 200

$$22. 1) 93 - 3 = 90 \text{ (км/ч)}$$

$$2) 90 \text{ км/ч} = 25 \text{ м/с}$$

$$3) 25 \text{ м/с} \cdot 8 = 200 \text{ м}$$

Ответ: длина прыжка — 200 м.

# Примеры записи ответов в задании 22

22. 1)  $93 - 3 = 90$ ? скорость автока.

$\frac{8}{3600} = 0,0022$  (ч.) - время за которое автокаид.

2)  $0,0022 \cdot 90 = 0,198$  (км) - это расстояние.

3)  $0,198 \cdot 1000 = 198$  (м.)

Ответ: 198.

Заг. №22.

	s	v	t	x
Автока		3 км/ч	8 ч	8
Пеша	x	93 км/ч	8 ч	

$$\frac{3 \text{ км/ч}}{93 \text{ км/ч}} = \frac{50 \text{ м/с}}{1150 \text{ м/с}}$$

$$\frac{x}{1150} + \frac{x}{50} = 8$$

$$\frac{x}{1150} + \frac{x}{50} - 8 = 0$$

$$\frac{50x + 1150x - 9200 - 400}{1150 \cdot 50} = 0$$

$$1200x - 9200 - 400 = 0$$

$$1200x - 9600 = 0$$

$$1200x = 9600$$

$$x = \frac{9600}{1200}$$

$$x = 8 \text{ м}$$

Ответ: 8 м.

об.

~~$$93 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = \frac{93 \text{ м}}{36 \text{ с}} = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}} - \text{Пеша}$$~~

$$S = vt$$

$$S = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 8 \text{ с} = 200 \text{ м} - \text{длина пеша.$$

Ответ: 200 м.

с. 22

# Задание 23

23 Постройте график функции

$$y = |x| \cdot (x + 2) - 3x.$$

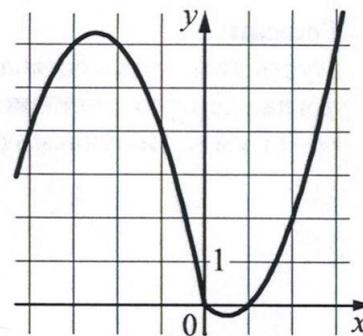
Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Построим график функции  $y = -x^2 - 5x$  при  $x < 0$  и график функции  $y = x^2 - x$  при  $x \geq 0$ .

Прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки, если она проходит через вершину одной из парабол. Получаем, что  $t = -0,25$  или  $t = 6,25$ .

Ответ:  $t = -0,25$ ;  $t = 6,25$ .



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

## Основные ошибки

- неправильное раскрытие знака модуля;
- отсутствие обоснований построения графика функции;
- несоблюдение масштаба при построении графика;
- появляются значения параметра без всяких обоснований, не понятна логика их происхождения.



## Примеры записи ответов в задании 23

Задача 23

$$y = |x|(x+2) - 3x$$

$$y = x^2 + 2x - 3x; \quad y = x^2 - x$$

x	0	1	2	-1	-2
y	0	0	2	2	6

$$x_0 = 0,5$$

$$y_0 = -0,25$$

$$y = -x^2 - 2x - 3x; \quad y = -x^2 - 5x$$

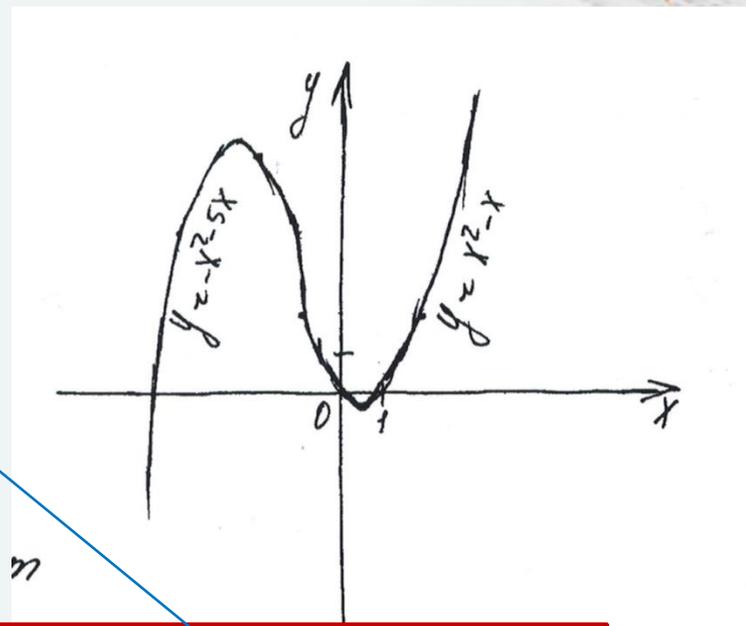
x	0	1	2	-1	-2	-4
y	0	-6	-14	4	6	4

$$x_0 = -2,5$$

$$y_0 = 6,25$$

$y = m$

Ответ:  $-0,25; 6,25$



Не выдержан масштаб

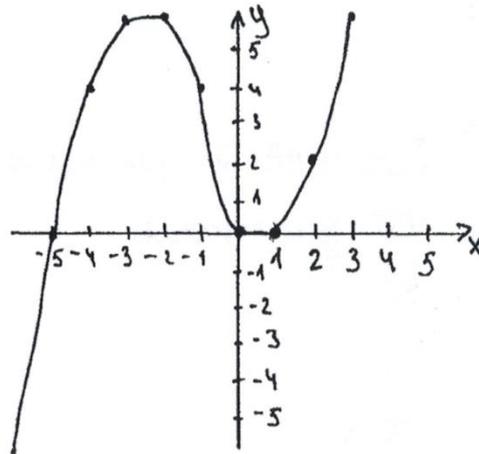
Модуль открывается без указания промежутка

Не указано название построенных графиков

Не понятно к какой функции относятся записи.

## Пример записи решения в задании 23

№ 23



08.

$$y = |x| \cdot (x+2) - 3x$$

x 0 1 2 3 -1 -2 -3 -4 -5 -6 9

y 0 0 2 6 4 6 6 4 0 -6

Три  $t \in \mathbb{R}$  прямая  $y=t$  имеет с графиком ровно две общие точки

## Задание № 23

23

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 + 8x - 17 & \text{при } x \geq 2, \\ -x - 2 & \text{при } x < 2. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

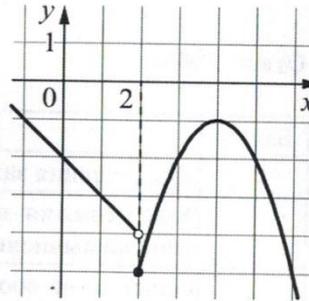
Решение.

Построим график функции  $y = -x - 2$  при  $x < 2$

и график функции  $y = -x^2 + 8x - 17$  при  $x \geq 2$ .

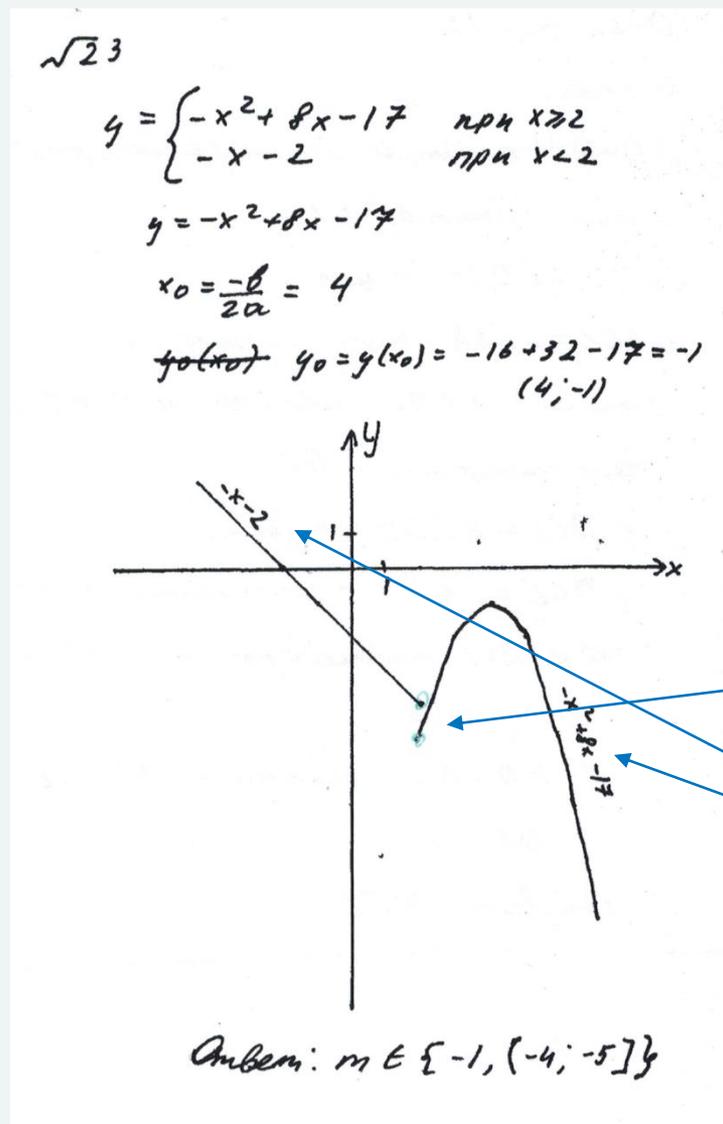
Прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки при  $-5 \leq m \leq -4$  и  $m = -1$ .

Ответ:  $-5 \leq m \leq -4$ ;  $m = -1$ .



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

## Примеры записи ответов в задании 23



Комментарии:

- нет пояснения как строится график прямой  $y = -x - 2$ ;
- на графике функции не правильно указаны граничные точки графиков в точке  $x = 2$ ;
- не верные подписи на рисунке

## Примеры записи ответов в задании 23

$$23. y = \begin{cases} -x^2 + 8x - 17, & x \geq 2, \\ -x - 2, & x < 2. \end{cases}$$

$y = -x^2 + 8x - 17$ . Графиком является парабола, ветви которой направлены вниз.

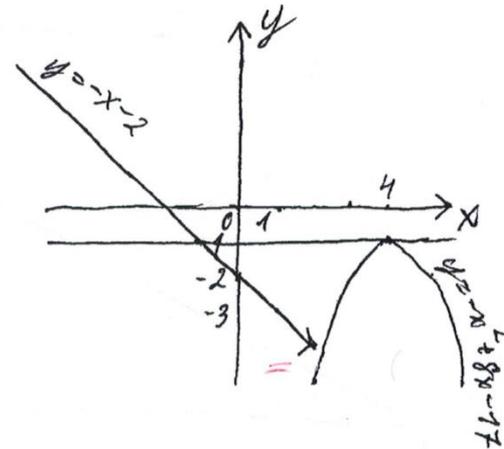
$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2 \cdot (-1)} = 4.$$

$$y_0 = -(4)^2 + 8 \cdot 4 - 17 = -16 + 32 - 17 = -1$$

$(4; -1)$ .

$y = -x - 2$ . Графиком является прямая

x	0	1
y	-2	-3



## Примеры записи ответов в задании 23

23.

$$-x-2=0 \quad x < 2$$

x	0	1
y	-2	-3

$y=0$ , при  $x=-2$

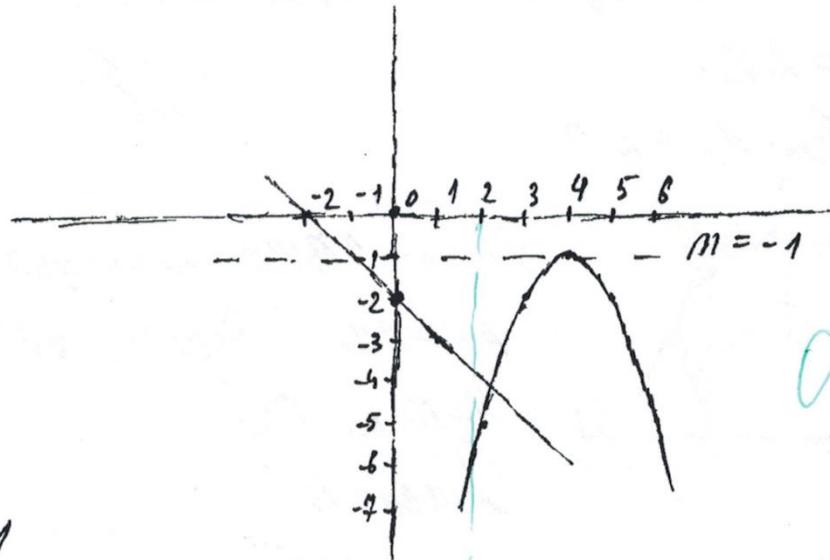
$$-x^2+8x-17=0$$

$$a < 0$$

$$m = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$h = -(16) + 8 \cdot 4 - 17 = -16 + 32 - 17 = -1$$

x	2	3	4	5	6
y	-5	-2	1	-2	-5



Ответ:  $m = -1$

$$y = |x^2 + 2x - 3|$$

Площадь

$$y' = x^2 + 2x - 3$$

$$1) x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y_0 = 1 - 2 - 3 = -4$$

2) Нули функции  
 $(0, -3), (1, 0), (-3, 0)$

$$3) \begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 2 & -2 & 3 & 0 & -4 \\ \hline y & 5 & -3 & 12 & -3 & 5 \end{array}$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$D = 4 + 12 = 16$$

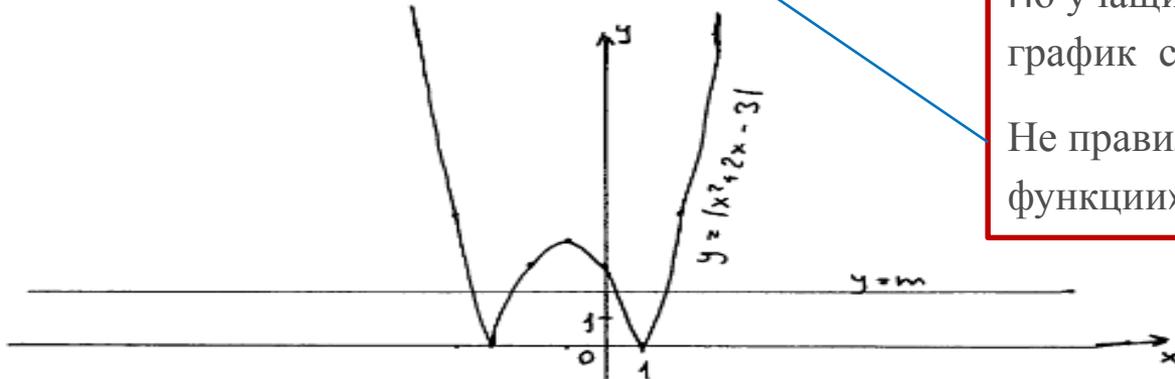
$$x_1 = \frac{-2 + 4}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-2 - 4}{2} = -3$$

График построен верно, правильно определяет количество общих точек графика и прямой  $y = m$ .

Но учащийся не объясняет, что строит график с помощью отражения

Не правильно использует термин «нули функции»



4) график функции

1)  $y = m$  имеет 4  
 2) график функции  $y = m$   
 имеет 3 графика от  $y = |x^2 + 2x - 3|$

1) 0 или одна точка при  $m \in (-\infty, 0)$

2) 2 общие точки при  $m = 0$

3) 4 общие точки при  $m \in (0, 4)$

4) 3 общие точки при  $m \in m = 4$

5) 2 общие точки при  $m \in (4, +\infty)$

Ответ 4

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & \text{если } x \geq -2, \\ -\frac{18}{x}, & \text{если } x < -2, \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & ; \text{при } x \geq -2 \\ -\frac{18}{x} & ; \text{при } x < -2 \end{cases}$$

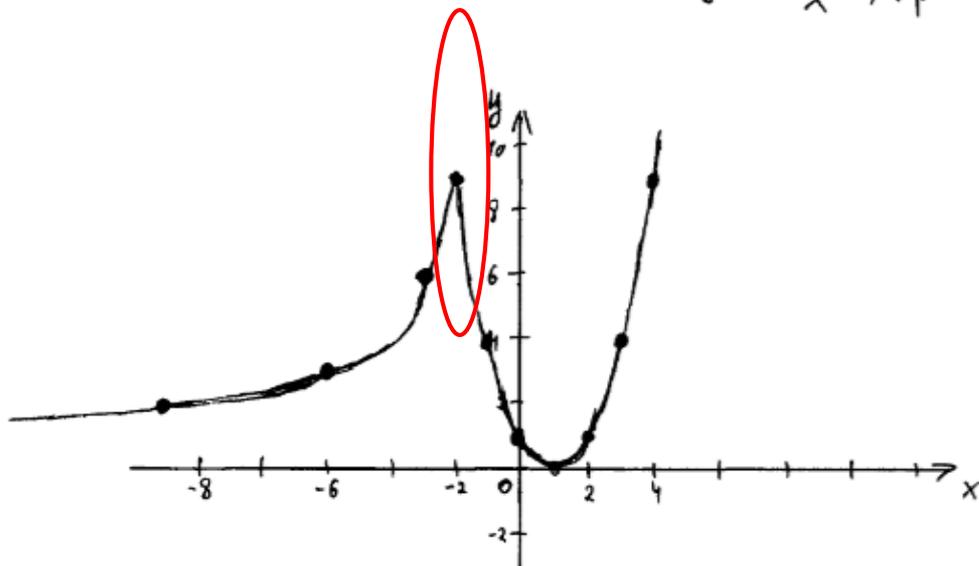
$$-\frac{b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \quad y = 1 - 2 + 1 = 0$$

x	-2	-1	0	1	2
y	9	4	1	4	9

$$y = x^2 - 2x + 1; \text{ при } x \geq -2$$

x	-3	-1	-3
y	2	3	6

$$y = -\frac{18}{x}, \text{ при } x < -2$$



Ответ: при  $m=0$  и  $m \in [9; +\infty)$

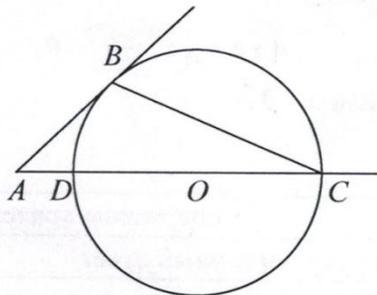
График построен верно, значения параметра найдены верно. В таблице два правых столбца неверно указано значение  $y$  (вычислительная ошибка) однако строит график верно, очевидно используя симметрию

**0 баллов**

## Задание № 24

- 24 Окружность с центром на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  проходит через вершину  $C$  и касается прямой  $AB$  в точке  $B$ . Найдите  $AC$ , если диаметр окружности равен  $6,4$ , а  $AB = 6$ .

Решение.



Пусть окружность пересекает второй раз прямую  $AC$  в точке  $D$ , а  $AC = x$ . Тогда по свойству касательной и секущей, проведённых из одной точки к окружности, получаем:

$$AB^2 = x(x - CD); 36 = x(x - 6,4); x^2 - 6,4x - 36 = 0,$$

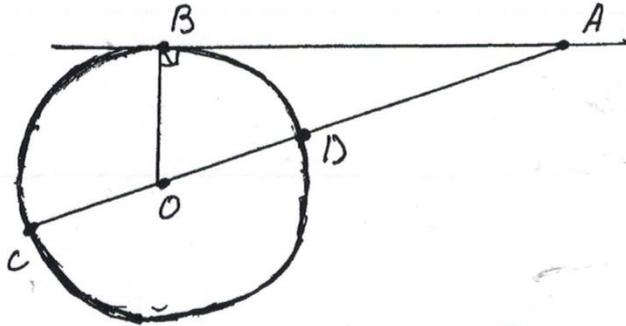
откуда  $x = 10$  или  $x = -3,6$ . Получаем, что  $AC = 10$ .

Ответ: 10.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

## Примеры записи ответов в задании 24

24.



Дано:  $AB$  - касательная

$$CD = 6,4 ; AB = 6$$

Найти:  $AC$ .

Решение:

Ура Построим радиус  $OB = \frac{1}{2} CD = 3,2$

$\triangle OBA$  - прямоугольный ( $\angle ABO = 90^\circ$ , т.к.  $AB$  - касательная)

$$AO^2 = AB^2 + BO^2 \text{ по теореме Пифагора}$$

$$AO = \sqrt{3,2^2 + 6^2} = 6,8$$

$$AC = OC + AO ; OC = OB \text{ (радиусы)}$$

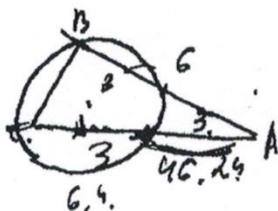
$$AC = 3,2 + 6,8 = 10$$

Ответ: 10

Задача решена верно

## Примеры записи ответов в задании № 24

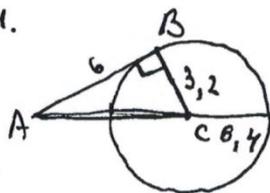
24)



$$R = 3,2. \quad AO = \sqrt{6^2 + 3,2^2} = 36 + 10,24 = \cancel{46,24} = 46,24$$

$$AC = 46,24 + 3 = 49,24. \quad \text{Ответ: } 49,24.$$

№ 24.



Дано  $AB = 6$ ,  $AB$  - касательная окр.,  $d_{окр} = 6,4$ .

Найти  $AC$ .

Решение.

1) Т.к.  $AB$  касательная, тогда  $\angle B$  - прямой по свойству касат.

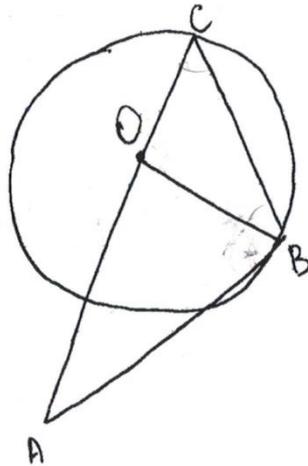
$$2) r = \frac{1}{2}d = \frac{6,4}{2} = \cancel{3,2} = 3,2.$$

3) По теореме Пифагора найдем  $AC$ .

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{36 + 10,24} = \sqrt{46,24} = 6,8. \quad \text{Ответ: } AC = 6,8.$$

Не верно поставлена точка С. Решается другая задача.

№ 24



Дано:  
окр. O

$\triangle ABC$

$AB = 6$

$d = 6,4$

$OC = r$

Найти: AC

Решение:

$$d = 6,4 \Rightarrow r = \frac{d}{2} = 3,2$$

$OC = 3,2 = OB \Rightarrow \triangle COB$  - равнобедренный  $\Rightarrow \angle OCB = \angle OBC$

$\angle COB = 90^\circ \Rightarrow \triangle AOB$  - прямоугольный.

$$AC = AO + OC$$

$AO^2 = AB^2 + OB^2$  по теореме Пифагора

$$AO = \sqrt{36 + 10,24} = \sqrt{46,24} = 6,8$$

$$AC = AO + OC = 3,2 + 6,8 = 10$$

Ответ: 10

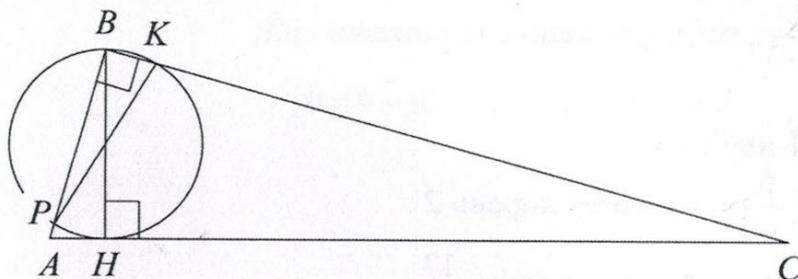
08.

Не верно определяет величину угла COB.

24

Точка  $H$  является основанием высоты  $BH$ , проведённой из вершины прямого угла  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Окружность с диаметром  $BH$  пересекает стороны  $AB$  и  $CB$  в точках  $P$  и  $K$  соответственно. Найдите  $BH$ , если  $PK = 12$ .

Решение.



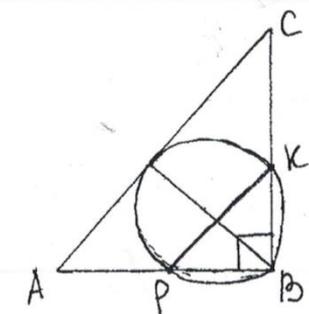
Угол  $PBK$  опирается на дугу  $PK$  и равен  $90^\circ$ , а значит,  $PK$  — диаметр, откуда получаем, что  $BH = PK = 12$ .

Ответ: 12.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>



## Примеры записи ответов в задании 24



Решение:

Если  $НВ$  является диаметром окружности, то мы увидим, что  $РК$  так же является диаметром, так как  $РК$  и  $НВ$  пересекаются в центре **об.**

окружности  $\Rightarrow НВ = РК = 12.$

Ответ: 12.

Нет обоснования решения

## Задача 25

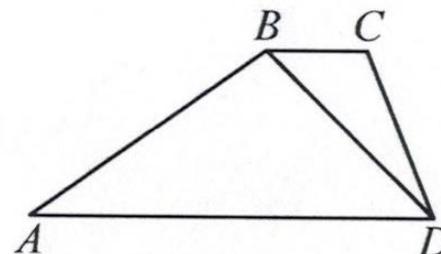
25

Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 3 и 12,  $BD = 6$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.

Доказательство.

В треугольниках  $ADB$  и  $DBC$  углы  $ADB$  и  $DBC$  равны как накрест лежащие при параллельных прямых  $AD$  и  $BC$  и секущей  $BD$ , кроме того,

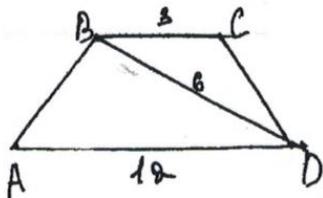
$$\frac{AD}{DB} = \frac{DB}{BC} = 2.$$



Поэтому указанные треугольники подобны по двум пропорциональным сторонам и углу между ними.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Доказательство не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

## Примеры записи ответов в задании 25



№25

Дано: ABCD - трапеция

$$AD = 12$$

$$BC = 3$$

$$BD = 6$$

Доказать:  $\triangle CBD \sim \triangle BDA$

BD - общая

$$\angle ABD = \angle BDC$$

$$\angle ADB = \angle DBC$$

$$\triangle CBD \sim \triangle BDA \text{ (по стороне и 2 углам)}$$

} Накрест лежащие углы равны.

Новый признак подобия

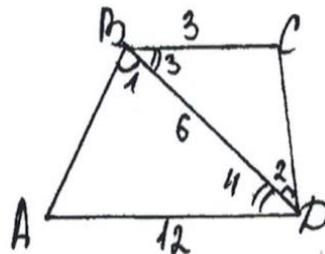
## Примеры записи ответов в задании 25

ответ: 5, 5, 50.

№ 25 Дано:  $ABCD$  - трапеция

$BC = 3$ ;  $AD = 12$  - основания

$BD = 6$



Р-ть:  $\triangle CBD \sim \triangle BDA$

Р-во: в трап.  $ABCD$   $BC \parallel AD$  (по опред.)  $AB \parallel CD$ ;  $BD$  явл. секущей при  $BC \parallel AD$

$\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$ ;  $\angle 3 = \angle 4$  (как накр. лежа). В  $\triangle ABD$  и  $\triangle CBD$ ,  $BD$  - общая сторона;  
 $\triangle ABD \sim \triangle CBD$  (по I признаку)  $\angle 1 = \angle 2$ ;  $\angle 3 = \angle 4$ .  $\triangle CBD \sim \triangle BDA$   $\blacktriangle$

Не верно указаны равные углы

## Примеры записи ответов в задании 25

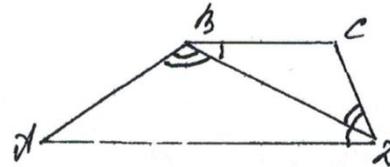
25.

Дано:

трапеция  $ABCD$

$BC = 3$ ,  $AD = 12$

$BD = 6$



Доказать:

$\triangle CBD \sim \triangle BDA$

Доказательство:

1)  $BD$  - общая

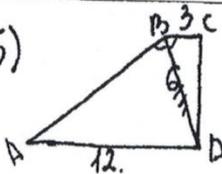
2)  $\angle CBD = \angle BDA$ ,  $\angle CDB = \angle DAB$  - т.к.

накрест лежащие ( $BC \parallel AD$  - основания трапеции,  $BD$  - секущая)

$\Rightarrow \triangle CBD \sim \triangle BDA$

05

25)



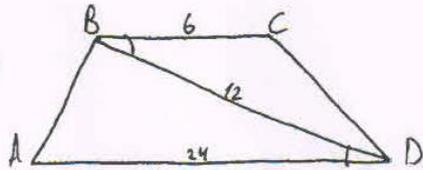
$$\frac{AD}{DB} = \frac{DB}{BC} = \frac{12}{6} = \frac{6}{3} = 2$$

Эти  $\triangle$ -ки подобны по  
перпендикулярным углам  
и по одной общей стороне

BE

24)

251.



Док - во:

ABCD - трапеция с осн. AD и BC  $\Rightarrow$  BC  $\parallel$  AD  $\Rightarrow \angle ADB = \angle DBC$  (как ост. смежные)

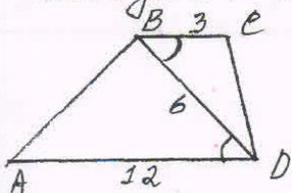
$$\frac{AD}{BD} = \frac{24}{12} = 2 \quad \frac{BD}{BC} = \frac{12}{6} = 2 \quad \frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC} = 2$$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC}, \quad \angle ADB = \angle DBC$$

$\Delta CBD \sim \Delta BDA$  (по **I** признаку подобия треугольников)

Ответ:  $\Delta CBD \sim \Delta BDA$

Доказать: что  $\Delta CBD$  и  $\Delta BDA$  подобны.



$$\left. \begin{aligned} \frac{BD}{CB} &= \frac{6}{3} = 2. \\ \frac{DA}{BD} &= \frac{12}{6} = 2. \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$k = 2.$$

$\angle BDA = \angle CBD$  (т.к. накр. лт.  $\angle$  равны)

Соответственно:  $\Delta CBD$  и  $\Delta BDA$  подобны (по **I-II** признаку подобия).

2019 г

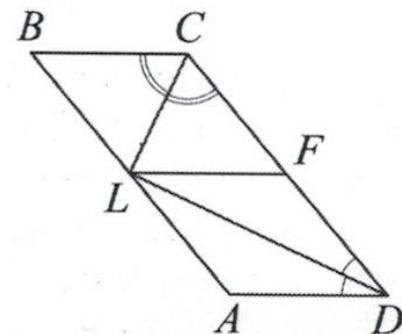
Не правильно  
указывают номер  
признака

25

Биссектрисы углов  $C$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $L$ , лежащей на стороне  $AB$ . Докажите, что  $L$  — середина  $AB$ .

Доказательство.

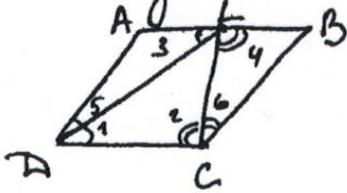
Проведём прямую  $LF$  параллельно стороне  $AD$  (см. рисунок). Тогда в каждом из параллелограммов  $ALFD$  и  $BCFL$  диагональ делит угол пополам, поэтому эти параллелограммы являются ромбами. Значит,  $AL = LF = LB$ . Следовательно, точка  $L$  — середина  $AB$ .



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Доказательство не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

## Примеры записи ответов в задании 25

Задание 25.



Дано:  $ABCD$  - параллелограмм;  $DL$  и  $CL$  - биссектрисы  $\angle C$  и  $\angle D$ ;

Доказать, что  $г. L$  - середина  $AB$ .

Доказательство:

1. Рассмотрим  $\triangle DAL$  и  $\triangle CBL$ :

1)  $\angle 1 = \angle 3$  (накрест лежащие при  $AB \parallel DC$  (противоположные стороны параллелограмма параллельны) и секущей  $DL$ );

2)  $\angle 3 = \angle 5$  ( $DL$  - биссектриса)  $\Rightarrow$

$\triangle DAL$  - равнобедренный (углы при основании равны)

3)  $\angle 2 = \angle 4$  (накрест лежащие при  $AB \parallel DC$  и секущей  $CL$ )

4)  $\angle 4 = \angle 6$  ( $CL$  - биссектриса)  $\Rightarrow$

$\triangle CBL$  - равнобедренный (углы при основании равны)

5)  $AD = BC$  (противоположные стороны параллелограмма равны)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow AD = BC = AL = BL \Rightarrow$

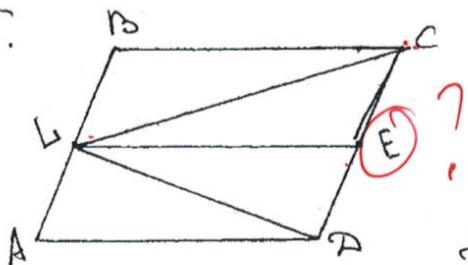
$г. L$  - середина  $AB$

ч.т.д.

10

## Примеры записи ответов в задании 25

25.



Дано:  $ABCD$  - параллелограмм,  
биссектрисы  $\angle C$  и  $\angle D$  пересекаются в  $L$

Док-ть:  $L$  - середина  $AB$ .

Доказательство:

- 1) Рассмотрим треугольники  $BCS$  и  $CLE$  - они подобны. !
- 2) Рассмотрим треугольники  $LED$  и  $LAD$  - они подобны  $\Rightarrow$   
если все эти треугольники подобны, то  $LE$  является OO  
средней линией этого параллелограмма  $\Rightarrow E$  - середина  
сторона  $CD$ , а  $L$  - середина сторона  $AB$  и значит этот  
параллелограмм ромбом, что и требовалось доказать.

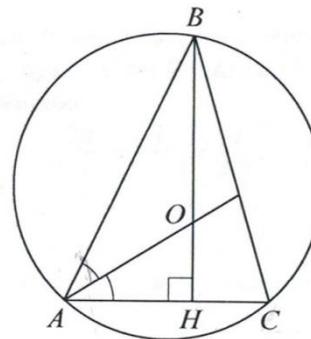
# • Задача 26

26

В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении  $5:3$ , считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC = 16$ .

Решение.

Пусть  $BH$  — высота треугольника, которую биссектриса пересекает в точке  $O$  (см. рис.).



По теореме о биссектрисе в треугольнике  $ABH$  имеем:  $\frac{BA}{AH} = \frac{BO}{OH} = \frac{5}{3}$ .

Следовательно,  $\cos A = \frac{AH}{AB} = \frac{3}{5}$ . Тогда

$$\sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}.$$

По теореме синусов для треугольника  $ABC$  искомый радиус равен

$$\frac{BC}{2\sin A} = \frac{16 \cdot 5}{2 \cdot 4} = 10.$$

Ответ: 10.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

26

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 80, а площадь равна 320, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Решение.

Пусть  $BC$  — меньшее основание,  $AB$  — боковая сторона,  $AD$  — большее основание трапеции  $ABCD$ ,  $M$  — точка касания окружности со стороной  $AB$ ,  $N$  — со стороной  $BC$ ,  $Q$  — точка пересечения диагоналей,  $O$  — центр окружности,  $r$  — её радиус (см. рис.).

Поскольку трапеция описана около окружности, сумма её боковых сторон равна сумме оснований, то есть 40, поэтому

$$S_{ABCD} = 2r \cdot \frac{AD + BC}{2} = 40r.$$

Значит,  $r = 8$ .

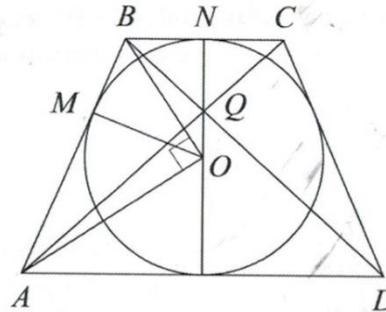
Прямые  $AD$  и  $BC$  параллельны. Значит,  $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$ . Поскольку лучи  $AO$  и  $BO$  — биссектрисы углов  $BAD$  и  $ABC$  соответственно, получаем:  $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$ . Значит, треугольник  $AOB$  прямоугольный, а  $OM$  — его высота, опущенная на гипотенузу, поэтому

$$AM \cdot MB = OM^2 = r^2; \quad AM(AB - AM) = r^2; \quad AM(20 - AM) = 64.$$

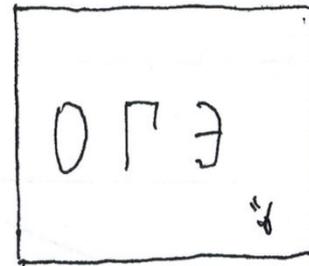
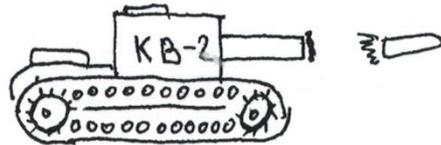
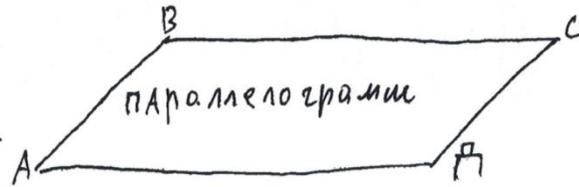
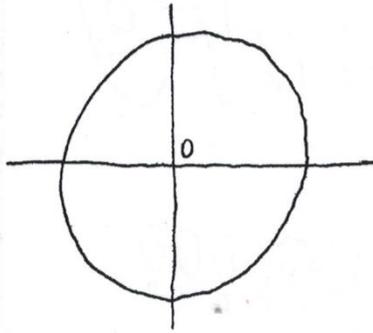
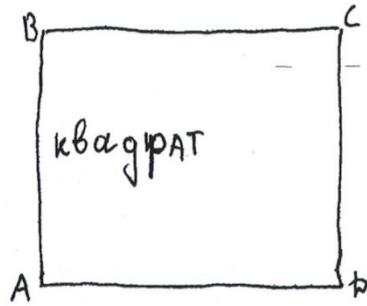
Учитывая, что  $AM > BM$ , из этого уравнения находим, что  $AM = 16$ . Тогда  $AD = 32$ ,  $BC = 8$ . Треугольник  $AQD$  подобен треугольнику  $CQB$  с коэффициентом подобия 4, значит, высота  $QN$  треугольника  $BQC$  составляет  $\frac{1}{5}$  высоты трапеции, то есть диаметра вписанной в неё окружности.

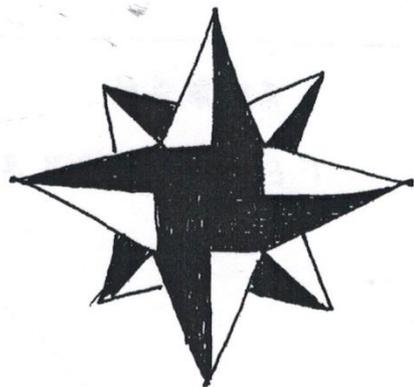
Следовательно,  $QN = \frac{1}{5} \cdot 16 = 3,2$ .

Ответ: 3,2.



ГЕОМЕТРИЯ





Я ЛЮБЛЮ

РЕОМЕТРИЮ!!!

*Милые дамы!*

*Поздравляю Вас  
с замечательным  
праздником весны -*

*8 марта!*

*Оставайтесь всегда  
красивыми, любимыми  
и желанными.*

*Пусть Вам сопутствует  
счастье, удача и успех —  
в делах личных  
и служебных.*