


**«Анализ диагностического
тестирования по математике 2020.
Требования к оформлению задач с
развернутым ответом глазами эксперта»**

*Т. П. Трушкина, методист КРИПКиПРО, председатель
региональной комиссии ОГЭ по математике*



Государственная итоговая аттестация по математике 9 класс (диагностическая работа) Характеристика структуры и содержания КИМ

Работа состоит из 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня, 4 задания повышенного уровня (№ 21, 22, 24, 25) и 2 задания высокого уровня (№ 23, 26).

Отличия:

- нет разделение заданий на модули по алгебре и геометрии;
- блок заданий №1-№5. Проверка предметных результатов обучения математике и метапредметных результатов согласно ФГОС ООО.

- Система формирования общего балла

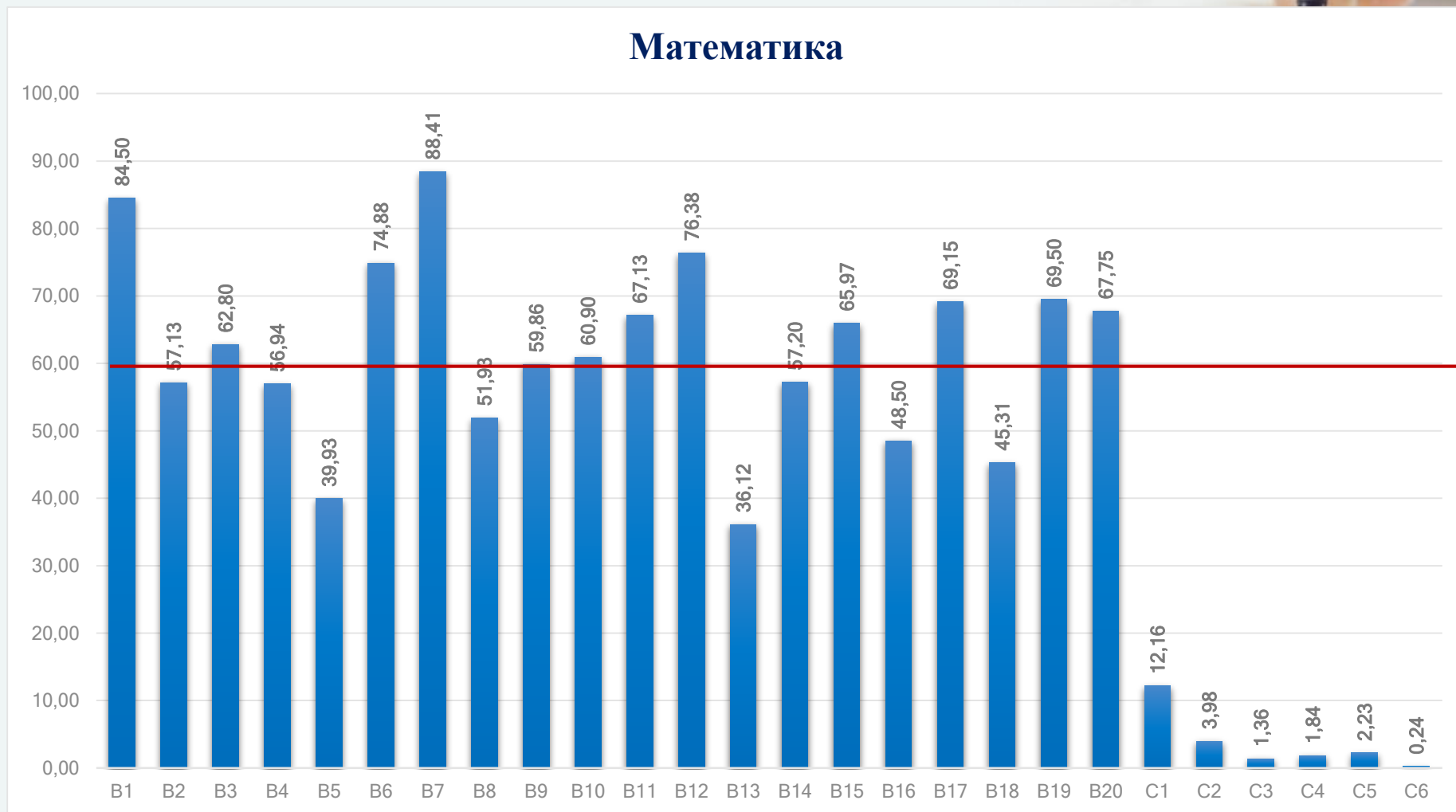
Блок практико-ориентированных задач				
Максимальное количество баллов за одно задание		Максимальное количество баллов		
№ 1- № 5		5		
Блок заданий по алгебре				
Максимальное количество баллов за одно задание		Максимальное количество баллов		
Часть 1	Часть 2	За часть 1	За часть 2	За модуль в целом
№ 1-14	№ 21-23			
1	2	14	6	20
Блок заданий по геометрии				
Максимальное количество баллов за одно задание		Максимальное количество баллов		
Часть 1	Часть 2	За часть 1	За часть 2	За модуль в целом
№15-20	№ 24-26			
1	2	6	6	12

**Шкала пересчета первичного балла за выполнение
экзаменационной работы в отметку
по пятибалльной шкале
(предварительно)**

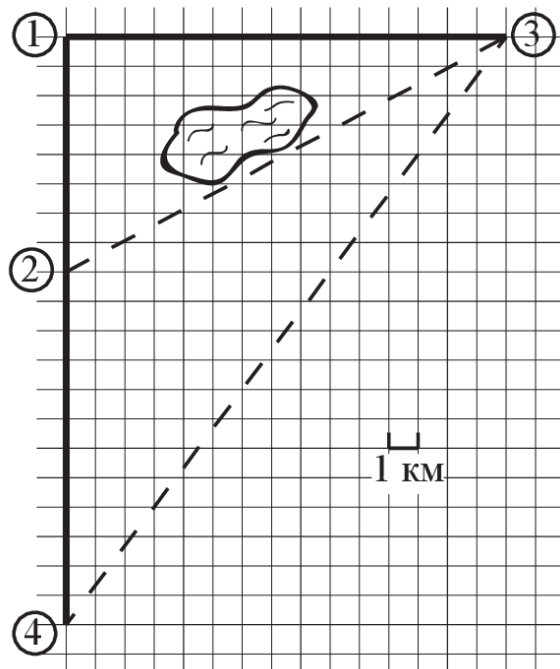
Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Общий балл	0 – 7	8 – 14	15 – 21	22 – 32

Для получения оценки «3» и выше нужно набрать не менее 2 баллов за выполнение заданий по геометрии

Результаты диагностического тестирования по математике 2020 г. (в %)



Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.



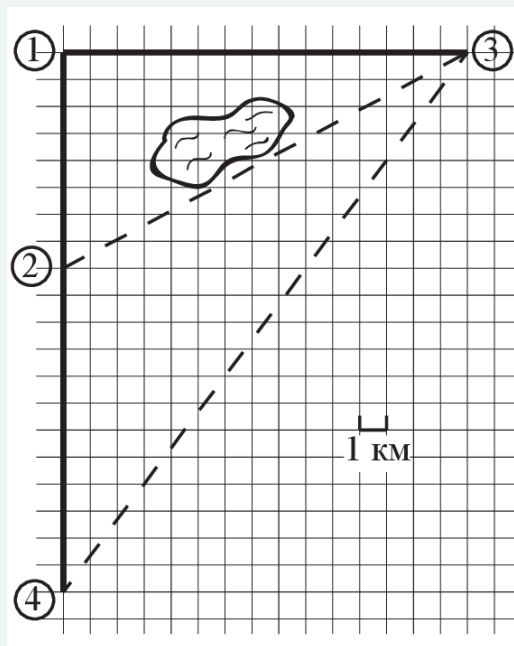
Гриша летом отдыхает у дедушки в деревне Осиновка. В субботу они собираются съездить на велосипедах в село Николаево в магазин. Из Осиновки в Николаево можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь по шоссе – через деревню Зябликово до деревни Старая, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в Николаево. Есть и третий маршрут: в Зябликово можно свернуть на прямую тропинку, которая идёт мимо пруда прямо в Николаево. По шоссе Гриша с дедушкой едут со скоростью 15 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке – 10 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов, сторона каждой клетки равна 1 км.

Старая

Николаево

Зябликово

Осиновка



84,50 %

1

Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. В ответ запишите полученную последовательность четырёх цифр.

Населённые пункты	д. Старая	д. Осиновка	д. Зябликово	с. Николаево
Цифры				

Ответ: _____.

57,13 %

2

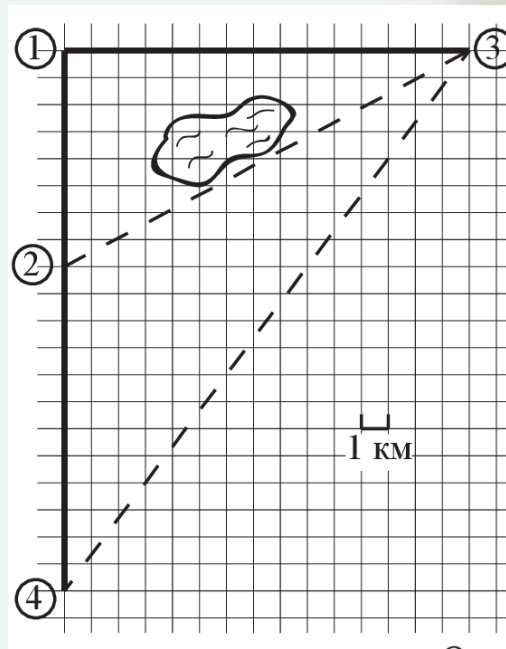
Найдите расстояние от Николаево до Зябликово. Ответ выразите в километрах.

Ответ: _____.

Старая

Зябликово

Осиновка



Николаево



3

Сколько километров проедут Гриша с дедушкой, если они в Зябликово свернут на тропинку, идущую мимо пруда?

62,8 %

Ответ: _____.

4

Сколько времени затратят на дорогу Гриша с дедушкой, если поедут по прямой лесной дорожке? Ответ выразите в минутах.

56,94 %

Ответ: _____.

5

Определите, на какой маршрут потребуется меньше всего времени. В ответе укажите, сколько минут потратят на дорогу Гриша с дедушкой, если поедут этим маршрутом.

39,93 %

Ответ: _____.

Результаты выполнения задания № 6 (диагностика 2020 г) и № 1 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения по региону в	
			2020 г	2019 г
Числа и вычисления.	Выполнять, сочетая устные и письменные приёмы, арифметические действия с рациональными числами, вычислять значения числовых выражений; переходить от одной формы записи чисел к другой	Б	74,88	94,51

2020 г

Найдите значение выражения $9,9 \cdot 7,1$.

2019 г

$\frac{8,7}{2,9}$

Результаты выполнения задания № 7 (диагностика 2020 г) и № 3 (2019 г)

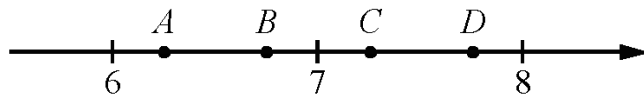
Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Сравнение рациональных чисел. Квадратный корень из числа. Нахождение приближенного значения корня	Сравнивать действительные числа. Округлять целые числа и десятичные дроби, выполнять прикидку результата вычислений. Находить в несложных случаях значения корней. Изображать числа точками на координатной прямой.	88,41	93,99

Между какими целыми числами заключено число $\frac{190}{17}$?

- 1) 10 и 11 2) 11 и 12 3) 12 и 13 4) 13 и 14

2020 г

На координатной прямой отмечены точки A , B , C , D . Одна из них соответствует числу $\sqrt{53}$. Какая это точка?



- 1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

2019 г

Результаты выполнения задания № 8 (диагностика 2020 г) и № 4 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Сравнение рациональных чисел. Квадратный корень из числа. Нахождение приближенного значения корня	Сравнивать действительные числа. Округлять целые числа и десятичные дроби, выполнять прикидку результата вычислений. Находить в несложных случаях значения корней. Изображать числа точками на координатной прямой.	51,93	88,54

Найдите значение выражения $\sqrt{(3\sqrt{3}-7)^2} + 3\sqrt{3}$.

2020 г

Найдите значение выражения $\frac{5^5}{25}$.

2019 г

Результаты выполнения задания № 9 (диагностика 2020 г) и № 6 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону в	
		2020 г	2019 г
Уравнение с одной переменной, уравнения.	Решать линейные, квадратные уравнения и рациональные уравнения, сводящиеся к ним	59,84	74,89

2020 г

9

Решите уравнение $8x^2 = 72x$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

2019 г

Найдите корень уравнения

$$\frac{11}{x+3} = 10.$$

Результаты выполнения задания № 10 (диагностика 2020 г) и № (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Равновозможные события и подсчет их вероятности.	Исследовать модели реальной ситуацией с использованием аппарата вероятности	60,90	87,02

2020 г

В магазине канцтоваров продаётся 84 ручки, из них 22 красных, 9 зелёных, 41 фиолетовая, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или фиолетовой.

2019 г

В фирме такси в данный момент свободно 30 машин: 1 черная, 9 желтых и 20 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет желтое такси.

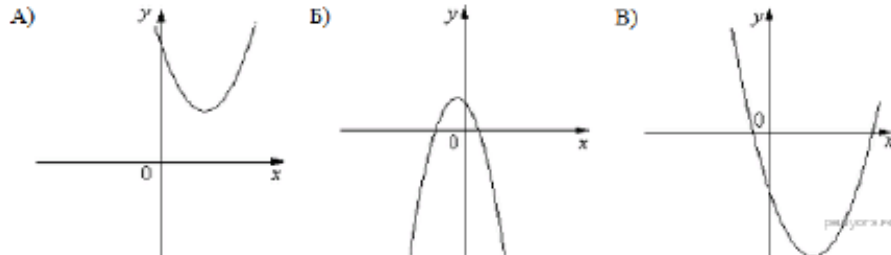
Результаты выполнения задания № 11 (диагностика 2020 г) и № 10 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Числовые функции. Линейная, квадратичная функция. Обратная пропорциональность	Уметь строить и читать графики функций	67,13	82,34

2019 г

На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов a и c .

ГРАФИКИ



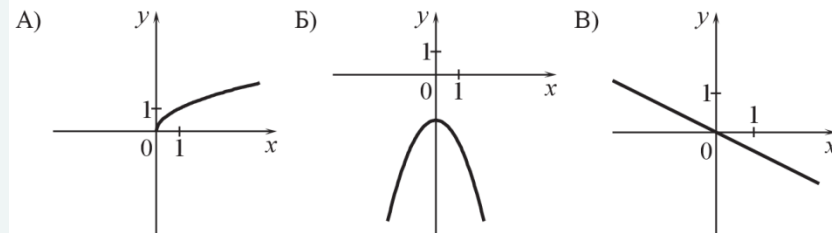
КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1) $a < 0, c > 0$ 2) $a > 0, c < 0$ 3) $a > 0, c > 0$

2020 г

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

- 1) $y = -\frac{1}{2}x$ 2) $y = -x^2 - 2$ 3) $y = \sqrt{x}$

Результаты выполнения задания № 12 (диагностика 2020 г) и № 11 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Числовые последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии.	Решать элементарные задачи, связанные с числовыми последовательностями. Распознавать арифметические и геометрические прогрессии; решать задачи с применением формулы общего члена и суммы нескольких первых членов прогрессий	76,38	74,69

2020 г

Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:

7; 14; 28; ...

Найдите её пятый член.

2019 г

Последовательность (c_n) задана условиями

$c_1 = -4, c_{n+1} = c_n - 2$. Найдите c_8

Результаты выполнения задания № 13 (диагностика 2020 г) и № 12 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Рациональные выражения и их преобразования.	Выполнять тождественные преобразования рациональных выражений Находить значения буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования	36,12	58,04

2020 Г

Найдите значение выражения $\frac{xy + y^2}{18x} \cdot \frac{6x}{x + y}$ при $x = 6,9$, $y = -9,3$.

2019 Г

Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{5a} + \frac{1}{7a}\right) \cdot \frac{a^2}{8}$ при $a = -4,2$.

**Результаты выполнения задания
№ 14 (диагностика 2020 г) и № 13(2019 г)**

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Представление зависимости между величинами в виде формул	Осуществлять практические расчеты по формулам, выражающие зависимости между величинами	57,20	81,39

2020 г

Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна 6 с^{-1} , а центростремительное ускорение равно 18 м/с^2 . Ответ дайте в метрах.

2019 г

В фирме «Чистая вода» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6500 + 4000n$, где n — число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 13 колец.

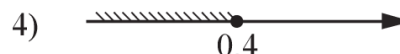
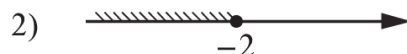
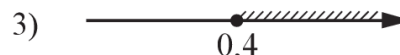
Результаты выполнения задания № 15 (диагностика 2020 г) и № 14 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Неравенства с одной переменной и их системы	Решать неравенства и системы неравенства с одной переменной. Применять графические представления при решении неравенств и их систем	65,97	70,77

2020 Г

Укажите решение неравенства

$$x - 2 \leq 4x + 4.$$



2019 Г

Решение какого из данных неравенств изображено на рисунке?



1) $x^2 - 4 \geq 0$	2) $x^2 - 4x \geq 0$
3) $x^2 - 4 \leq 0$	4) $x^2 - 4x \leq 0$

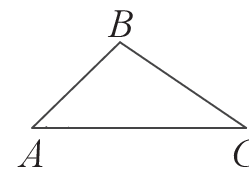
Результаты выполнения задания № 16 (диагностика 2020 г) и № 16 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	48,5	64,65

2020 г

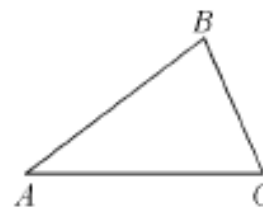
В треугольнике ABC известно, что $AB = 8$, $BC = 10$, $AC = 14$. Найдите $\cos \angle ABC$.

Ответ:



2019 г

В треугольнике ABC известно, что $AB = 15$, $BC = 8$, $\sin \angle ABC = \frac{5}{6}$. Найдите площадь треугольника



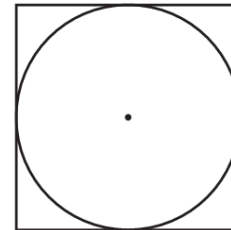
*Результаты выполнения задания
№ 17 (диагностика 2020 г) и № 17 (2019 г)*

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2019 г	2019 г
Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	69,15	87,69

2020 Г

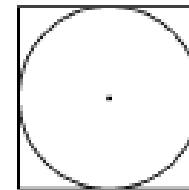
Сторона квадрата равна 34. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

Ответ: _____.



2019 Г

Сторона квадрата равна 56. Найдите радиус окружности вписанной в этот квадрат.



Результаты выполнения задания № 18 (диагностика 2020 г) и № 18 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	45,31	84,25

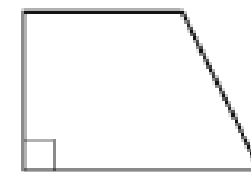
2020 Г

Диагонали параллелограмма равны 10 и 30, а угол между ними равен 30° . Найдите площадь этого параллелограмма.



2019 Г

Один из углов прямоугольной трапеции равен 72° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

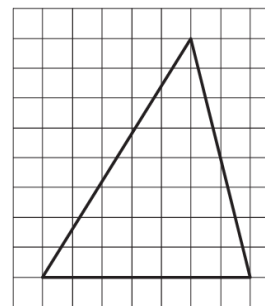


Результаты выполнения задания № 19 (диагностика 2020 г) и № 19 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	69,50	83,06

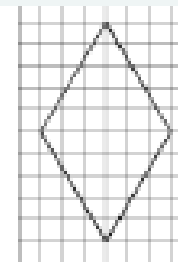
2020 г

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



2019 г

На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{см} \times 1\text{см}$ изображён ромб. Найдите его площадь.



Результаты выполнения задания № 20 (диагностика 2020 г) и № 20 (2019 г)

Проверяемые элементы содержания	Проверяемые умения	Средний процент выполнения по региону	
		2020 г	2019 г
Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	67,75	82,86

2020 Г

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.
- 2) Если диагонали параллелограмма равны, то это прямоугольник.
- 3) Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

2019 Г

Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Диагонали ромба равны.
- 2) Отношение подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
- 3) В треугольнике против большего угла лежит большая сторона.

Требования к выполнению заданий с развернутым ответом

- Решение должно быть математически **ГРАМОТНЫМ И ПОЛНЫМ**, из него должен быть понятен ход рассуждений учащегося. Оформление решения должно обеспечивать выполнение указанных выше требований
- Лаконичное решение, не содержащее неверных утверждений, все выкладки которого правильны, следует рассматривать как решение без недочетов.

Оценивание заданий части 2:



❖ Учащийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ – 2 балла.

❖ В решении допущена ошибка, не носящая принципиального характера и не влияющая на общую правильность хода решения, то учащемуся засчитывается 1 балл

Уточнение: «ошибка или описка»

- **1 балл** допускается ставить в тех случаях, когда единственная вычислительная ошибка (описка) стала причиной того, что неверен ответ.
- К вычислительным ошибкам не относятся **ошибки в формулах при решении квадратного уравнения, действиях с числами с разными знаками, упрощении выражений со степенями и корнями и т.д.**



Результаты выполнения второй части работы

	№ 21	№ 22	№ 23	№ 24	№ 25	№ 26
2019 г.	14,42	14,16	3,53	4,99	3,41	1,24
Диагностика 2020	12,16	3,98	1,36	1,84	2,23	0,4

Задание 21

21

Решите уравнение $x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$.

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$(x + 4)(x^2 - 9) = 0,$$

откуда $x = -4$, $x = -3$ или $x = 3$.

Ответ: -4 ; -3 ; 3 .

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Задание 21

$$\text{№21. } x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0.$$

Найдём целые делители св. члена $-36: \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 12, \pm 36$.

$$x=1$$

$$1+4-9-36 \neq 0$$

$$x=-1, \quad -1+4+9-36 \neq 0$$

$$x=2, \quad 8+16-18-36 \neq 0$$

$$x=-2, \quad -8+16+18-36 \neq 0$$

$x=3$ - корень.

$$27+36-27-36=0$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 4x^2 - 9x - 36 & x-3 \\ \hline -x^2 - 3x^2 & x^2 + 7x + 12 \\ \hline 7x^2 - 9x & \\ \hline -7x^2 - 21x & \\ \hline 12x - 36 & \\ \hline 12x - 36 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x-3)(x^2+7x+12)=0.$$

$$x=3 \quad \text{или} \quad x^2+7x+12=0.$$

$$D=49-48=1$$

$$x_1 = \frac{-7-1}{2} = -4$$

$$x_2 = \frac{-7+1}{2} = -3$$

Ответ: $-4; -3; 3$.

Основные ошибки

A close-up photograph of a person's hand holding a black pen with a gold nib, writing on a white document. The document has some faint, illegible text on it. The background is blurred, showing what appears to be a desk or table.

- Не отработан метод разложения на многочлена множители
- Ошибки в знаках
- Не могут выбрать метод решения уравнения

Примеры записи

решений задания № 21

Пример 1

$$\begin{aligned}x^3 + 4x^2 - 9x - 36 &= 0 \\(x^3 + 4x^2) - (9x - 36) &= 0 \\x^2(x+4) - 9(x+4) &= 0 \\(x+4) \cdot (x^2 - 9) &= 0 \\x+4=0 & \quad x^2-9=0 \\x=-4 & \quad x^2=9 \\ & \quad x=\pm 3\end{aligned}$$

Пример 2

$$\begin{aligned}21. \quad x^3 + 4x^2 - 9x - 36 &= 0 \\x^2(x+4) - 9(x-4) &= 0 \\(x^2-9)(x+4) &= 0 \\x^2 &= 9 \\x &= \pm 3 \\x^2 &= 3 \\x &= \pm \sqrt{3}\end{aligned}$$

Ответ: $x_1 = -3; x_2 = 3; x_3 = -4$

Пример 3

$$\begin{aligned}21. \quad x^3 + 4x^2 - 9x - 36 &= 0 \\ \text{Способ группировки:} \\(x^3 + 4x^2) + (-9x - 36) &= 0 \\x^2(x+4) + (-9)(x+4) &= 0 \\(x^2-9)(x+4) &= 0 \\x_1 = 3, x_2 = -3, x_3 = -4 &\end{aligned}$$

Ответ: $x_1 = 3, x_2 = -3, x_3 = -4$

Пример 4

$$\begin{aligned}x^3 + 4x^2 - 9x - 36 &= 0 \\x^2 \cdot (x+4) - 9 \cdot (x+4) &= 0 \\(x^2-9) \cdot (x+4) &= 0 \\x^2-9=0 & \quad x+4=0 \\x^2=9 & \quad x=-4 \\x=\pm 3 & \\ \text{Ответ: } \pm 3; -4 &\end{aligned}$$

Пример 5

$$\begin{aligned}x^3 + 4x^2 - 9x - 36 &= 0 \\x^2 \cdot (x+4) - 9(x+4) &= 0 \\(x^2-9) \cdot (x+4) &= 0 \\x^2-9=0 & \quad x+4=0 \\x^2=9 & \quad x=-4 \\x_1 = -\sqrt{9} = -3 & \\x_2 = \sqrt{9} = 3 &\end{aligned}$$

Пример 5

Решите уравнение $x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$

Решение: $x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$
 $(x^3 - 9x) + (4x^2 - 36) = 0$
 $x(x^2 - 9) + 4(x^2 - 9) = 0$
 $(x^2 - 9)(x + 4) = 0$
 $x^2 - 9 = 0$ или $x + 4 = 0$
 $x^2 = 9$ или $x = -4$
 $x = \pm 3$

Ответ: $-4; -3; 3$

Ответ: $-4; -3; 3$

Решите уравнение $x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$.

$$x^3 + 4x^2 - \overline{9x - 36} = 0.$$

Оцените решение

21

Решите уравнение $x^3 + 4x^2 - 4x - 16 = 0$.

Ответ: $-4; -2; 2$.

Задача N 21.

$$x^3 + 4x^2 - 4x - 16 = 0.$$

$$(x^3 + 4x^2) - (4x - 16) = 0$$

$$x^2(x+4) - 4(x+4) = 0.$$

$$(x^2 - 4) \cdot (x+4) = 0$$

$$x^2 - 4 = 0 \quad \text{или} \quad x + 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x_3 = -4$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$

Ответ: $x_1 = 2; x_2 = -2; x_3 = -4$

0 баллов

Комментарии:

В решении допущена
ошибка в

разложении многочлена на
множители

$$21) \quad x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$$

$$(x^3 + 4x^2) - (9x + 36) = 0$$

$$x^2(x + 4) - 3(3x + 12) = 0$$

$$x^2(x + 4) - 3 \cdot 3(x + 4) = 0$$

$$(x^2 - 9)(x + 4)$$

$$x^2 - 9 = 0 \quad \text{или} \quad x + 4 = 0$$

$$x^2 = \pm \sqrt{9}$$

$$x = -4$$

$$x^2 = \pm 3$$

Отв б е в; $(-4; -3; 3)$.

$$21) \quad x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$$

$$x^2(x+4) - 9(x+4) = 0$$

$$(x+4)(x^2-9) = 0$$

$$1) \quad x+4 = 0$$

$$x = -4$$

$$2) \quad x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3$$

Orbiter: $(-4; 3)$

21

Решите уравнение $\frac{1}{(x-3)^2} - \frac{3}{x-3} - 4 = 0$.

Решение.

Пусть $t = \frac{1}{x-3}$, тогда уравнение принимает вид:

$$t^2 - 3t - 4 = 0,$$

откуда $t = -1$ или $t = 4$.

Уравнение $\frac{1}{x-3} = -1$ имеет корень 2.

Уравнение $\frac{1}{x-3} = 4$ имеет корень $\frac{13}{4}$.

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = 2$ и $x = \frac{13}{4}$.

Ответ: 2; $\frac{13}{4}$.

Основные ошибки

При решения неравенства $(x - 3)^2 \neq 0$, не видят, что и $x - 3 \neq 0$

Вычислительные ошибки

Найденные ограничения на область определения вносят в ответ

Задание 21.

$$\frac{1}{(x-3)^2} - \frac{3}{x-3} - 4 = 0 \quad | \cdot (x-3)^2$$

$$1 - 3(x-3) - 4(x-3)^2 = 0$$

$$1 - 3x + 9 - 4(x^2 - 6x + 9) = 0$$

$$-3x + 10 - 4x^2 + 24x - 36 = 0$$

$$-4x^2 + 21x - 26 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$4x^2 - 21x + 26 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 441 - 116 = 25 > 0; \quad 2 \text{ корня}$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1/2} = \frac{21 \pm 5}{8} = \begin{cases} 3,25 \\ 2 \end{cases}$$

Ответ: 2; 3,25.

$$OD3: (x-3)^2 \neq 0;$$

$$x^2 - 6x + 9 \neq 0;$$

$$D_1 = k^2 - ac;$$

$$D = 0; \quad 1 \text{ корень}$$

$$x = \frac{-k}{a}$$

$$x \neq 3$$

21

Задача 2.1.

$$\frac{1}{(x-3)^2} - \frac{3}{x-3} - 4 = 0$$

$$\frac{1}{(x-3)(x-3)} - \frac{3}{x-3} - 4 \stackrel{(x-3)}{\stackrel{(x^2-6x+9)}{=}} 0$$

$$\frac{1}{x^2-6x+9} - \frac{3(x-3)}{x^2-6x+9} - \frac{4(x^2-6x+9)}{x^2-6x+9} = 0$$

$$\frac{1 - 3x + 9 - 4x^2 + 24x - 36}{x^2 - 6x + 9} = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 \neq 0$$

$$-4x^2 + 21x - 26 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (21)^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-26) = 441 - 416 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{6 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot (-4)} = \frac{6 \pm 5}{-8}$$

$$x_1 = \frac{6+5}{-8} = \frac{11}{-8} = -1,375 \quad x_2 = \frac{6-5}{-8} = \frac{1}{-8} = -0,125$$

Проверка:

$$(-1,375)^2 - 6 \cdot (-1,375) + 9 \neq 0$$

$$(-0,125)^2 - 6 \cdot (-0,125) + 9 \neq 0$$

Ответ: $-1,375$; $-0,125$

06

Примеры записи ответов в задании 21

Пример

$$\begin{aligned} \text{N 21} \\ \frac{1}{(x-3)^2} - \frac{3}{x-3} - \frac{4}{1} = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{1-3x+9-4x^2+24x-36}{(x-3)^2} = 0$$

$$\frac{-4x^2+21x-26}{x^2-6x+9} = 0$$

$$-4x^2+21x-26=0$$

$$D = 441 - 4 \cdot (-4) \cdot (-26) = 441 - 216 = 225$$

$$x = \frac{-21 \pm 15}{-8}$$

$$x_1 = \frac{-21+15}{-8} = \frac{-6}{-8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$x_2 = \frac{-21-15}{-8} = \frac{-36}{-8} = \frac{36}{8} = \frac{9}{2} = 4,5$$

Ответ: 0,75; 4,5.

15'

Примеры записи

$$21) \frac{1}{(x-3)^2} - \frac{3}{x-3} - 4 = 0$$

Чтобы решить уравнение, нам нужно найти общий знаменатель. Это $(x-3)^2$. Далее подставим множители в числитель.

$$\frac{1 - 3(x-3) - 4(x-3)^2}{(x-3)^2} = 0$$

Теперь раскроем скобки в числителе.

$$\frac{1 - 3x + 9 - 4x^2 + 24x - 36}{(x-3)^2} = 0$$

Далее решим порядковое уравнение в числителе.

$$\frac{-4x^2 + 21x - 26}{(x-3)^2} = 0$$

В числителе мы видим квадратное уравнение, которое решим по формуле корней квадратного уравнения: $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, где $D = b^2 - 4ac$

$$D = 441 - 4 \cdot (-4) \cdot (-26)$$

$$D = 225$$

$$x_1 = \frac{-21 + 15}{-8} = \frac{-6}{-8} = 0,75$$

$$x_2 = \frac{-21 - 15}{-8} = \frac{-36}{-8} = 4,5$$

Проверим на обороте

решений задания № 21

Получилось два корня: 0,75 и 4,5.

Теперь проверим, верны ли они. Чтобы корни были верны, мы должны подставить их в знаменатель. Знаменатель должен быть не равен 0.

Подставим первый корень.

$$(0,75 - 3)^2 = 56,25 - 2 \cdot 2,25 + 9 = 60,25$$

$60,25 \neq 0$, значит первый корень — верный.

Далее проверим второй корень.

$$(4,5 - 3)^2 = 12,25 - 2 \cdot 2 + 9 = 23,75$$

$23,75 \neq 0$, значит, второй корень тоже верный.

Ответ: 0,75; 4,5.

05.

Примеры записи ответов в задании 21

Пример

$$21) \frac{1}{(x-3)^2} - \frac{x^3}{x-3} - 4 = 0$$

$$\frac{1-3x+9-4 \cdot (x^2-6x+9)}{x^2-6x+9} = 0$$

$$1-3x+9-4x^2+24x-36=0$$

$$-4x^2+21x-26=0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-21 \pm \sqrt{441 - 416}}{-8} = \frac{-21 \pm 5}{-8} = \frac{26}{8}; \frac{16}{8} = 3,25; 2$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2} = 3$$

Ответ: 2; 3; 3,25

Комментарии:

В ответ вносятся посторонние корни

$$21) \frac{1}{(u-3)^2} - \frac{3}{u-3} - 4 = 0$$

$$\frac{1-3(u-3)-4(u-3)^2}{(u-3)^2} = 0$$

$$\frac{1-3u+9-4(u^2-6u+9)}{(u-3)^2} = 0$$

$$4u^2 - 21u + 26 = 0 \quad a=4 \quad b=-21 \quad c=26$$

$$D = b^2 - 4ac = (-21)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 26 = 441 - 416 = 25$$

$$u_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{21 - 5}{8} = \frac{16}{8} = 2 \quad u_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{21 + 5}{8} = \frac{26}{8}$$

Ответ: 3; 2; 3,25

$$\frac{1-3u+9-4u^2+24u-36}{(u-3)^2}$$

$$(u-3)^2 \neq 0 \quad u \neq 3$$

$$1-3u+9-4u^2+24u-36=0$$

↑
15

$$2) (x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0 \quad \text{Пусть } (x-1)^2 = t$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

пог. Ветви пог. отр. т. Ветви
 $t_1, t_2 = 2$ | $t_1 = -1$ не удовлетворяет условию

$$t_1, t_2 = -3 \quad | \quad \underline{t_+ = 3}$$

$$(x-1)^2 = t \quad t = 3$$

$$(x-1)^2 = 3$$

$$x^2 - 2x + 1 - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 4 + 8 = 12$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 - \sqrt{12}}{2} = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2}$$
$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2}; \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2}$$

Комментарии:

- не указано условие, которому не соответствует корень -1,
- не закончено вычисление корней (не сократил дробь на 2)

ЗАДАНИЕ № 22

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Алгоритм решения задачи с помощью уравнений:

- **1. Проанализировать условие и определиться, какую величину обозначим переменной .**
- **2. Через выбранную переменную выразить другие неизвестные величины, записать соответствующие математические выражения.**
- **3. Составить уравнение, опираясь на данные, имеющиеся в условии задачи**
- **4. Решить полученное уравнение.**
- **5. Записать ответ.**

22

Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 11 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 66 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 40 км/ч.

Решение.

Пусть весь путь составляет $2s$ км, а скорость первого автомобилиста v км/ч, тогда первую половину пути второй автомобилист ехал со скоростью $v - 11$ км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{2s}{v} = \frac{s}{v-11} + \frac{s}{66};$$
$$132v - 1452 = 66v + v^2 - 11v;$$
$$v^2 - 77v + 1452 = 0,$$

откуда $v = 33$ или $v = 44$. Первое из этих значений не подходит, поскольку оно не превосходит 40.

Значит, скорость первого автомобилиста равна 44 км/ч.

Ответ: 44 км/ч.

- ошибки в составлении математической модели задачи;
- ошибки в преобразовании алгебраического выражения при решении дробно-рационального уравнения;
- отсутствуют пояснения при составлении математической модели реальной ситуации.

Примеры записи ответов в задании 22

№ 22.

Пусть x — скорость первого автомобиля, тогда
 $x - 11$ — скорость второго автомобиля на $\frac{1}{2} S$ (первая половина)

66 — скорость второго автомобиля на $\frac{1}{2} S$ (вторая половина)

Весь путь — $S \cdot (1)$.

Составим равенство:

$$\frac{S}{x} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot (x-11)} + \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 66}$$

$$\frac{S}{x} = \frac{132 + 2x - 22}{2x - 22 + 132}$$

$$x = \frac{1 \cdot (2x - 22 + 132)}{132 + 2x - 22}$$

$$x = \frac{2x - 22 + 132}{132 + 2x - 22}$$

$$x = \frac{1}{1} = 1$$

Комментарии:

- 1) Использует два обозначения для пути
- 2) Не верно приводит в правой части дроби к общему знаменателю

Примеры записи ответов в задании 22

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{x-11} + \frac{1}{66}$$

$$66 \cdot (2x - 22) = x \cdot 66 + x(x - 11)$$

$$132x - 1452 = 66x + x^2 - 11x$$

$$x^2 - 77x + 1452 = 0$$

$$D = 5929 - 5808 = 121$$

$$x_1 = 33$$

$$x_2 = 44$$

Комментарии:

- 1) Не все шаги выполнены (не обозначено, что берется за X , что обозначают другие выражения входящие в составленную модель)
- 2) Нет ответа.

N22.

$$\frac{2}{x} = \frac{1^{166}}{x-11} + \frac{1^{x-11}}{66}$$

$$x \neq 0$$

$$x \neq 11$$

$$\frac{2}{x} = \frac{66 + x - 11}{66(x-11)}$$

~~$$2x = x(66 + x - 11)$$~~

$$2 \cdot 66 \cdot (x-11) = x(66 + x - 11)$$

$$132x - 1452 = x(55 + x)$$

$$132x - 1452 = 55x + x^2$$

$$-x^2 + 132x - 55x - 1452 = 0 \quad | : (-1)$$

$$x^2 - 132x + 55x + 1452 = 0$$

$$x^2 - 77x + 1452 = 0$$

$$D = (b^2 - 4ac) = (-77)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1452 = 5929 - 5808 = 121$$

$D > 0$; 2 корня

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{77 \pm 11}{2}$$

$$x_1 = \frac{88}{2} = 44$$

$$x_2 = \frac{66}{2} = 33 - \text{ не удовлетворяет условию задачи}$$

~~$x = 44 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$~~ - скорость первого автомобиля

Ответ: $44 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ - скорость первого автомобиля.

- Комментарии:

Не все шаги выполнены (не обозначено, что берется за X, что обозначают другие выражения входящие в составленную модель)



22. $x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ - скорость первого автомобиля

$x - 11$ - скорость II автомобиля на 1-ой половине пути

$$\frac{2S}{66} = \frac{S}{x-11};$$

$$\frac{2S}{66} = \frac{S}{33};$$

$$\frac{S}{33} \times \frac{x-11}{S};$$

$$S^2 = 33x - 363 \quad | :33;$$

$$S^2 = x - 11;$$

$$S = \pm \sqrt{x-11};$$

$$S = 60;$$

$$x - 11 = 49;$$

$$x = 60.$$

Ответ: $60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ - скорость I автомобиля

• Комментарии:

Не верное предположение, что второй автомобиль проехал половину пути в обоих случаях за одинаковое время

~ 22

Пусть x км/ч \mathcal{V} Автомобилиста

Пусть y км S , который отъехали

	S (км)	\mathcal{V} (км/ч)	t (ч)
I	y	x	$\frac{y}{x}$
II	y	$2(x-11)$	$\frac{y}{2(x-11)}$
	$0,5y$	$2,66$	$\frac{y}{2,66}$

$$\frac{y}{x} = \frac{y}{2(x-11)} + \frac{y}{2,66} \quad | (:) y$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2x-22} + \frac{1}{132}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{2x-22} - \frac{1}{132} = 0 \quad | (:) 132 \times (2x-22)$$

• Комментарии:

Не точно выражает скорости второго автомобиля

Пример записи решения в задании 22

22 Пусть весь путь = 1, а скорость первого x км/ч. Известно, что 1-ый автомобилист проехал с постоянной скоростью \Rightarrow он проехал его за $\frac{1}{x}$ ч. Второго автомобилиста $(x-11)$ км/ч \Rightarrow одну половину проехал за $\frac{1}{2(x-11)}$ ч, а вторую за $\frac{1}{132}$ ч. (т.к. весь путь он потратил $(\frac{1}{2(x-11)} + \frac{1}{132})$ ч. Из условия оба автомобилиста приехали в пункт В одновременно).

Составим уравнение:

$$\frac{1}{2(x-11)} + \frac{1}{132} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{66x + x^2 - 11x - 132x + 1452}{132x(x-11)} = 0$$

$$132x(x-11) \neq 0$$

$$x^2 - 77x + 1452 = 0$$

$$D = 5929 - 5808 = 121 = 11^2$$

$$x_1 = \frac{77-11}{2} = 33 \text{ (не удовл. условию, т.к. } x > 40)$$

$$x_2 = \frac{77+11}{2} = 44$$

44 км/ч — скорость 1-ого автомобилиста.

Ответ: 44 км/ч.

25.

Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задание 22)

Задание 22.

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Ответ: 18 км/ч.

	v	t	S
по теч	$x+4$	$\frac{77}{x+4}$	77
пр теч	$x-4$	$\frac{77}{x-4}$	77

составим уравнение:

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$

$$\frac{77(x+4) - 77(x-4) - 2(x^2-16)}{x^2-16} = 0$$

$$OD: x \neq 4; x \neq -4$$

$$77(x+4 - x+4) - 2(x^2-16) = 0$$

$$77 \cdot 8 - 2x^2 + 32 = 0$$

$$616 - 2x^2 + 32 = 0$$

$$2x^2 - 648 = 0$$

$$x^2 = 324$$

$$x_1 = 18$$

$$x_2 = -18$$

$$\text{Ответ: } 18$$

Комментарии:

- Нет объяснения что обозначено за x ;
- нет наименований введённых переменных;
- нет отбора корней

1 балл

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Ответ: 18 км/ч.



N22

v	t	S
$(x-4)$ км/ч	$\frac{77}{x-4}$ ч	77 км
$(x+4)$ км/ч	$\frac{77}{x+4}$ ч	77 км

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$

$$77(x+4) - 77(x-4) = 2(x^2 - 16)$$
$$77x + 308 - 77x + 308 = 2x^2 - 32$$
$$616 = 2x^2 - 32 \quad | : 2$$
$$308 = x^2 - 16$$
$$324 = x^2$$
$$x = \pm 18$$

Ответ: 18 км/ч

Комментарии:

- в решении не указано, что такое x ,
- в таблице не указано движение по течению и против течения,
- не обоснован выбор корня $+18$.

22

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 93 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям по платформе со скоростью 3 км/ч, за 8 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

Скорость сближения пешехода и поезда равна $93 - 3 = 90$ км/ч. Заметим, что 1 м/с равен 3,6 км/ч. Значит, длина поезда в метрах равна

$$\frac{90 \cdot 8}{3,6} = 200.$$

Ответ: 200 м.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Не объяснения к решению задачи по действиям

Ошибки в переводе единиц измерения

Правило оформления текстовой задачи (5-6 класс)

- 1) Составить и записать краткое условие к задаче (схема, чертёж, таблица). В условии должен быть указан главный вопрос задачи.
- 2) При решении задачи по действиям необходимо записывать наименование полученных результатов и пояснения к каждому действию.
- 3) При решении задачи выражением необходимо записать наименование рядом с полученным результатом и дать пояснение к выражению.
- 4) В задачах на движение записываются используемые формулы.
- 5) После решения записывается ответ (число с кратким наименованием: кг, км, дм^2 , мин и др.). Пояснение в ответе записывают, если оно не сделано в последнем действии или не дано после решения выражением.

Примеры записи ответов в задании 22

~ 22

$$1) 93 - 3 = 90 \text{ (км/ч)}$$

$$2) 8 \text{ с} = \frac{1}{450} \text{ ч}$$

$$3) 90 \cdot \frac{1}{450} = 0,2 \text{ (км)} = 200 \text{ (м)}$$

Ответ: 200 метров.

см. на 01

$$22. 93 - 3 = 90 \text{ км/ч}$$

$$90 \text{ км/ч} = 25 \text{ м/с}$$

$$25 \cdot 8 = 200 \text{ м}$$

Ответ: 200

$$22. 1) 93 - 3 = 90 \text{ (км/ч)}$$

$$2) 90 \text{ км/ч} = 25 \text{ м/с}$$

$$3) 25 \text{ м/с} \cdot 8 = 200 \text{ м}$$

Ответ: длина прыжка — 200 м.

Примеры записи ответов в задании 22

22. 1) $93 - 3 = 90$? скорость автока.

$\frac{8}{3600} = 0,0022$ (ч.) - время за которое автокаид.

2) $0,0022 \cdot 90 = 0,198$ (км) - это расстояние.

3) $0,198 \cdot 1000 = 198$ (м.)

Ответ: 198.

Заг. №22.

	s	v	t	x
Автока		3 км/ч	8 ч	8
Пешаг	x	93 км/ч	8 ч	

$$\frac{3 \text{ км/ч}}{93 \text{ км/ч}} = \frac{50 \text{ м/с}}{1150 \text{ м/с}}$$

$$\frac{x}{1150} + \frac{x}{50} = 8$$

$$\frac{x}{1150} + \frac{x}{50} - 8 = 0$$

$$\frac{50x + 1150x - 9200 - 400}{1150 \cdot 50} = 0$$

$$1200x - 9200 - 400 = 0$$

$$1200x - 9600 = 0$$

$$1200x = 9600$$

$$x = \frac{9600}{1200}$$

$$x = 8 \text{ м}$$

Ответ: 8 м.

об.

~~$$93 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = \frac{93 \text{ м}}{36} \frac{\text{ч}}{\text{с}} = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}} - \text{Улица}$$~~

$$S = vt$$

$$S = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 8 \text{ с} = 200 \text{ м} - \text{длина поезда.}$$

Ответ: 200 м.

с. 22

Задание 23

23 Постройте график функции

$$y = |x| \cdot (x + 2) - 3x.$$

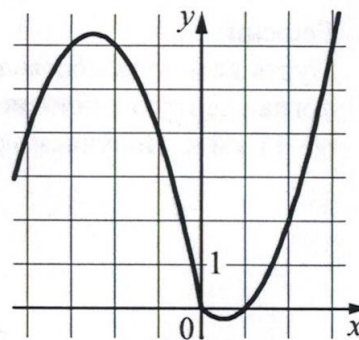
Определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -x^2 - 5x$ при $x < 0$ и график функции $y = x^2 - x$ при $x \geq 0$.

Прямая $y = t$ имеет с графиком ровно две общие точки, если она проходит через вершину одной из парабол. Получаем, что $t = -0,25$ или $t = 6,25$.

Ответ: $t = -0,25$; $t = 6,25$.



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Основные ошибки

- неправильное раскрытие знака модуля;
- отсутствие обоснований построения графика функции;
- несоблюдение масштаба при построении графика;
- появляются значения параметра без всяких обоснований, не понятна логика их происхождения.



Примеры записи ответов в задании 23

Задание 23

$$y = |x|(x+2) - 3x$$

$$y = x^2 + 2x - 3x; y = x^2 - x$$

x	0	1	2	-1	-2
y	0	0	2	2	6

$$x_0 = 0,5$$

$$y_0 = -0,25$$

$$y = -x^2 - 2x - 3x; y = -x^2 - 5x$$

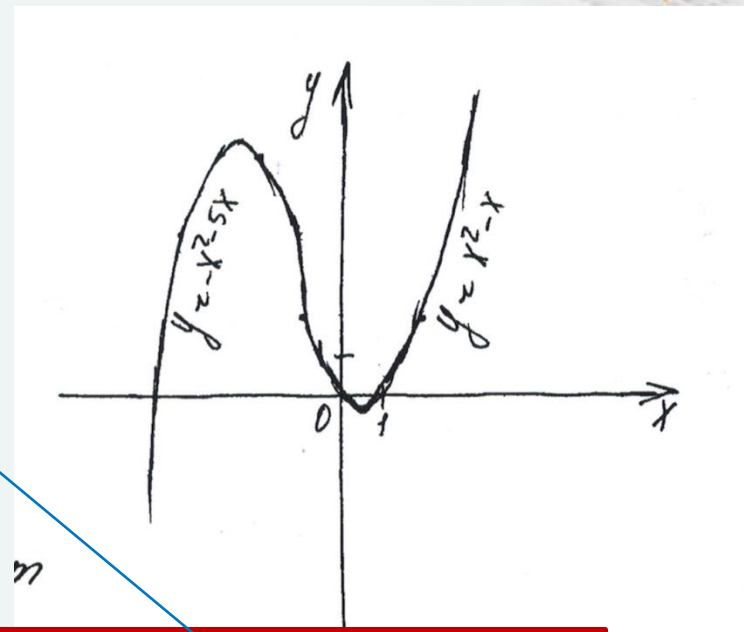
x	0	1	2	-1	-2	-4
y	0	-6	-14	4	6	4

$$x_0 = -2,5$$

$$y_0 = 6,25$$

$y = m$

Ответ: $-0,25; 6,25$



Не выдержан масштаб

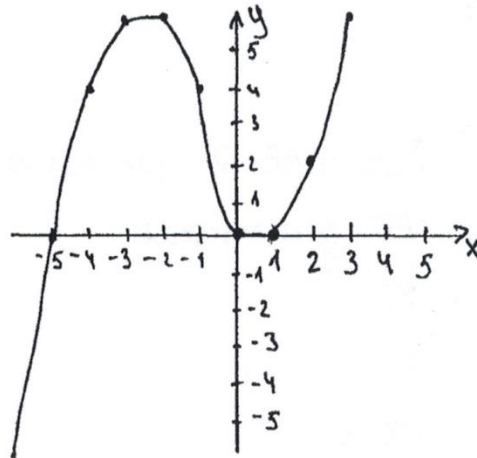
Модуль открывается без указания промежутка

Не указано название построенных графиков

Не понятно к какой функции относятся записи.

Пример записи решения в задании 23

№ 23



08.

$$y = |x| \cdot (x+2) - 3x$$

x 0 1 2 3 -1 -2 -3 -4 -5 -6 9

y 0 0 2 6 4 6 6 4 0 -6

Три $t \in \mathbb{R}$ прямая $y=t$ имеет с графиком ровно две общие точки

Задание № 23

23

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 + 8x - 17 & \text{при } x \geq 2, \\ -x - 2 & \text{при } x < 2. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

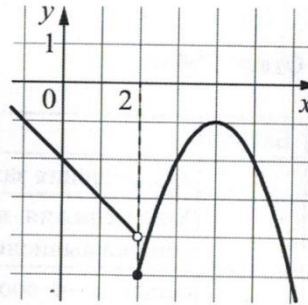
Решение.

Построим график функции $y = -x - 2$ при $x < 2$

и график функции $y = -x^2 + 8x - 17$ при $x \geq 2$.

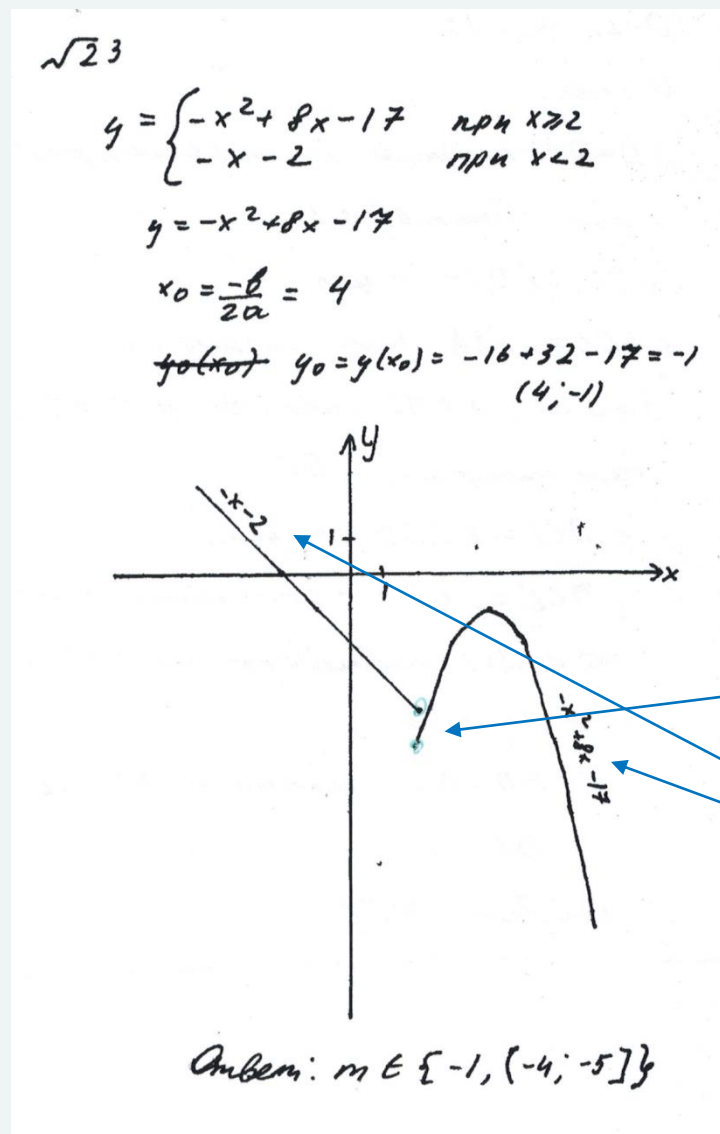
Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки при $-5 \leq m \leq -4$ и $m = -1$.

Ответ: $-5 \leq m \leq -4$; $m = -1$.



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Примеры записи ответов в задании 23



Комментарии:

- нет пояснения как строится график прямой $y = -x - 2$;
- на графике функции не правильно указаны граничные точки графиков в точке $x = 2$;
- не верные подписи на рисунке

Примеры записи ответов в задании 23

$$23. y = \begin{cases} -x^2 + 8x - 17, & x \geq 2, \\ -x - 2, & x < 2. \end{cases}$$

$y = -x^2 + 8x - 17$. Графиком является парабола, ветви которой направлены вниз.

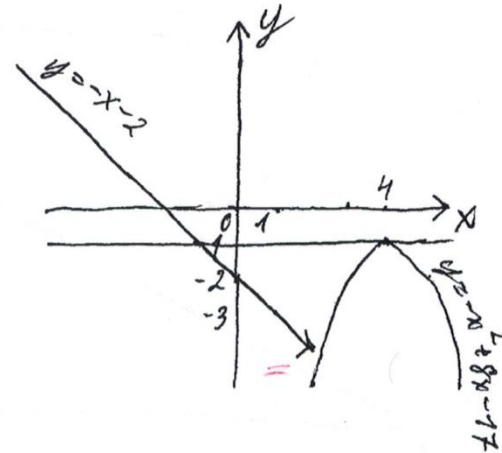
$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2 \cdot (-1)} = 4.$$

$$y_0 = -(4)^2 + 8 \cdot 4 - 17 = -16 + 32 - 17 = -1$$

$(4; -1)$.

$y = -x - 2$. Графиком является прямая

x	0	1
y	-2	-3



Примеры записи ответов в задании 23

23.

$$-x-2=0 \quad x < 2$$

x	0	1
y	-2	-3

$y=0$, при $x=-2$

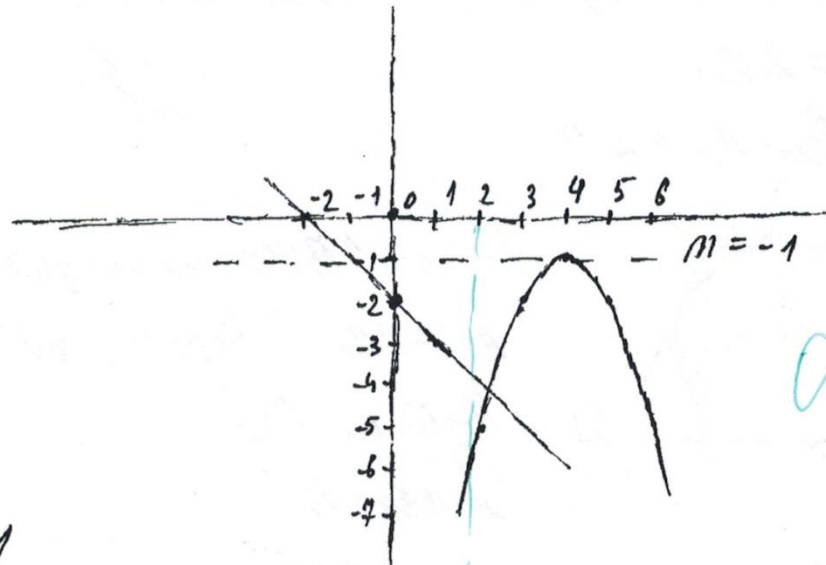
$$-x^2+8x-17=0$$

$$a < 0$$

$$m = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$h = -(16) + 8 \cdot 4 - 17 = -16 + 32 - 17 = -1$$

x	2	3	4	5	6
y	-5	-2	1	-2	-5



Ответ: $m = -1$

$$y = |x^2 + 2x - 3|$$

Площадь

$$y' = x^2 + 2x - 3$$

$$1) x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y_0 = 1 - 2 - 3 = -4$$

2) Нули функции
 $(0, -3), (1, 0), (-3, 0)$

$$3) \begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 2 & -2 & 3 & 0 & -4 \\ \hline y & 5 & -3 & 12 & -3 & 5 \end{array}$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$D = 4 + 12 = 16$$

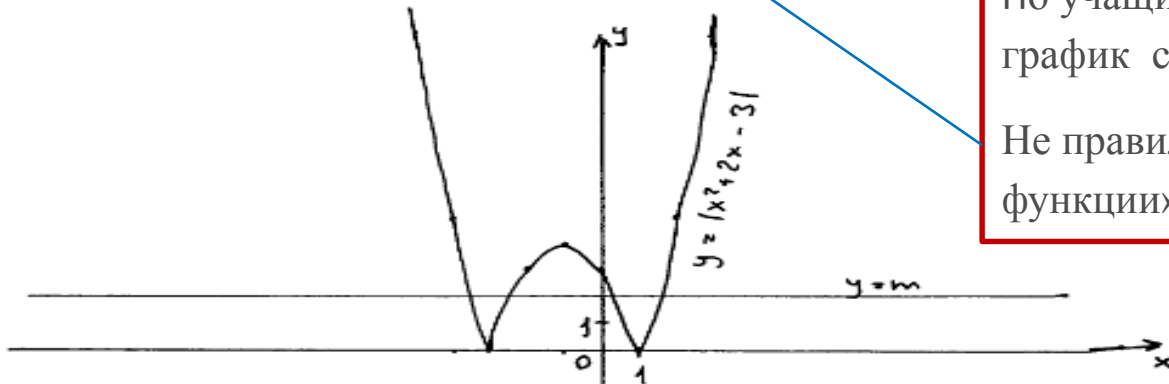
$$x = \frac{-2 \pm 4}{2} = 1$$

$$x = \frac{-2 - 4}{2} = -3$$

График построен верно, правильно определяет количество общих точек графика и прямой $y = m$.

Но учащийся не объясняет, что строит график с помощью отражения

Не правильно использует термин «нули функции»



4) график функции

1) $y = m$ имеет 4
 График функции $y = m$
 имеет 4 графика от $y = |x^2 + 2x - 3|$

1) 0 общих точек при $m \in (-\infty, 0)$

2) 2 общие точки при $m = 0$

3) 4 общие точки при $m \in (0, 4)$

4) 3 общие точки при $m \in m = 4$

5) 2 общие точки при $m \in (4, +\infty)$

Ответ 4

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & \text{если } x \geq -2, \\ -\frac{18}{x}, & \text{если } x < -2, \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & ; \text{при } x \geq -2 \\ -\frac{18}{x} & ; \text{при } x < -2 \end{cases}$$

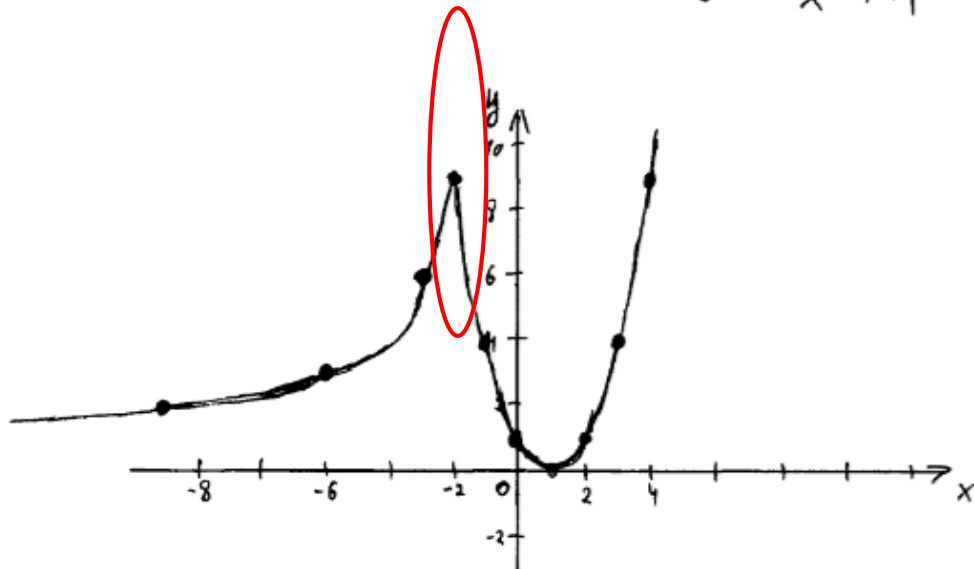
$$-\frac{b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \quad y = 1 - 2 + 1 = 0$$

x	-2	-1	0	1	2
y	9	4	1	4	9

$$y = x^2 - 2x + 1; \text{ при } x \geq -2$$

x	-3	-1	-3
y	2	3	6

$$y = -\frac{18}{x}, \text{ при } x < -2$$



Ответ: при $m=0$ и $m \in [9; +\infty)$

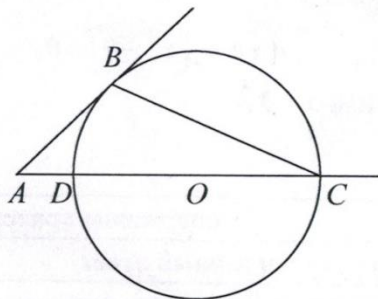
График построен верно, значения параметра найдены верно. В таблице два правых столбца неверно указано значение y (вычислительная ошибка) однако строит график верно, очевидно используя симметрию

0 баллов

Задание № 24

- 24 Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если диаметр окружности равен $6,4$, а $AB = 6$.

Решение.



Пусть окружность пересекает второй раз прямую AC в точке D , а $AC = x$. Тогда по свойству касательной и секущей, проведённых из одной точки к окружности, получаем:

$$AB^2 = x(x - CD); 36 = x(x - 6,4); x^2 - 6,4x - 36 = 0,$$

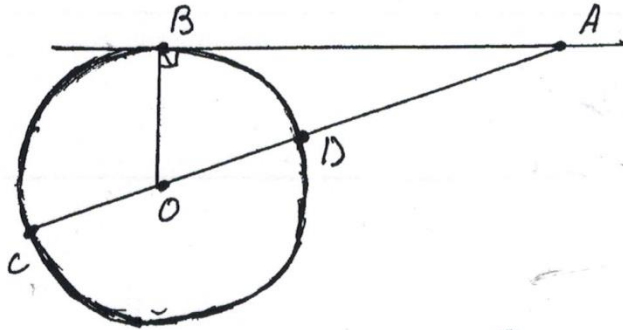
откуда $x = 10$ или $x = -3,6$. Получаем, что $AC = 10$.

Ответ: 10.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Примеры записи ответов в задании 24

24.



Дано: AB - касательная
 $CD = 6,4$; $AB = 6$
Найти: AC .

Решение:

Ура Построим радиус $OB = \frac{1}{2} CD = 3,2$

$\triangle OBA$ - прямоугольный ($\angle ABO = 90^\circ$, т.к. AB - касательная)

$AO^2 = AB^2 + BO^2$ по теореме Пифагора

$$AO = \sqrt{3,2^2 + 6^2} = 6,8$$

$AC = OC + AO$; $OC = OB$ (радиусы)

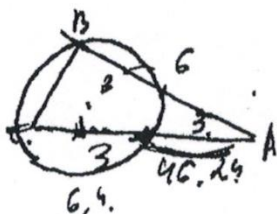
$$AC = 3,2 + 6,8 = 10$$

Ответ: 10

Задача решена верно

Примеры записи ответов в задании № 24

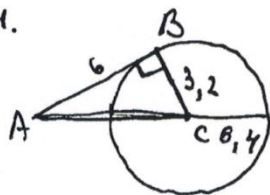
24)



$$R = 3,2. \quad AO = \sqrt{6^2 + 3,2^2} = 36 + 10,24 = \cancel{46,24} = 46,24$$

$$AC = 46,24 + 3 = 49,24. \quad \text{Ответ: } 49,24.$$

№ 24.



Дано $AB = 6$, AB - касательная окр., $d_{окр} = 6,4$.

Найти AC .

Решение.

1) Т.к. AB касательная, тогда $\angle B$ - прямой по свойству касат.

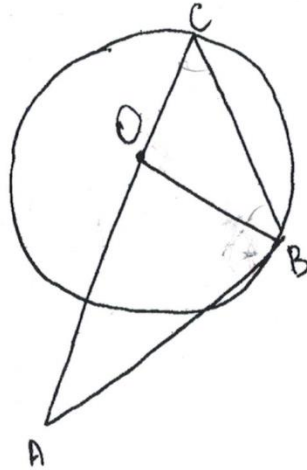
$$2) r = \frac{1}{2}d = \frac{6,4}{2} = \cancel{3,2} = 3,2.$$

3) По теореме Пифагора найдем AC .

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{36 + 10,24} = \sqrt{46,24} = 6,8. \quad \text{Ответ: } AC = 6,8.$$

Не верно поставлена точка С. Решается другая задача.

№ 24



Дано:
окр. O

$\triangle ABC$

$AB = 6$

$d = 6,4$

$OC = r$

Найти: AC

Решение:

$$d = 6,4 \Rightarrow r = \frac{d}{2} = 3,2$$

$OC = 3,2 = OB \Rightarrow \triangle COB$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle OCB = \angle OBC$

$\angle COB = 90^\circ \Rightarrow \triangle AOB$ - прямоугольный.

$$AC = AO + OC$$

$AO^2 = AB^2 + OB^2$ по теореме Пифагора

$$AO = \sqrt{36 + 10,24} = \sqrt{46,24} = 6,8$$

$$AC = AO + OC = 3,2 + 6,8 = 10$$

Ответ: 10

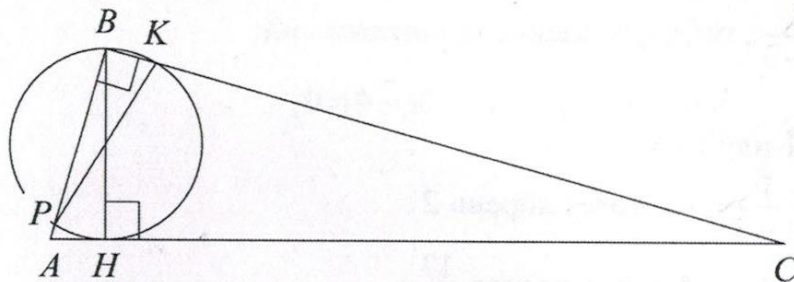
08.

Не верно определяет величину угла COB.

24

Точка H является основанием высоты BH , проведённой из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите BH , если $PK = 12$.

Решение.

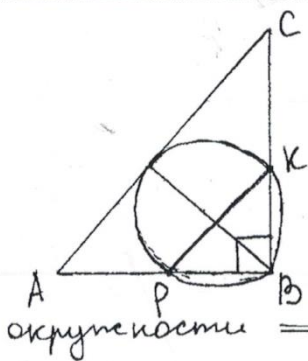


Угол PBK опирается на дугу PK и равен 90° , а значит, PK — диаметр, откуда получаем, что $BH = PK = 12$.

Ответ: 12.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Примеры записи ответов в задании 24



Решение:

Если KB является диаметром окружности, то мы увидим, что PK так же является диаметром, так как PK и KB пересекаются в центре **об.**

окружности $\Rightarrow KB = PK = 12.$

Ответ: 12.

Нет обоснования решения

Задача 25

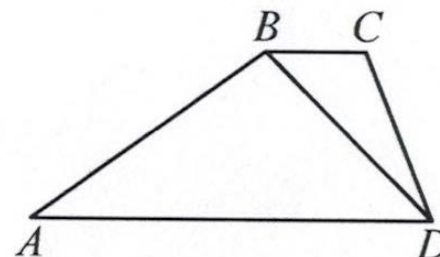
25

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

Доказательство.

В треугольниках ADB и DBC углы ADB и DBC равны как накрест лежащие при параллельных прямых AD и BC и секущей BD , кроме того,

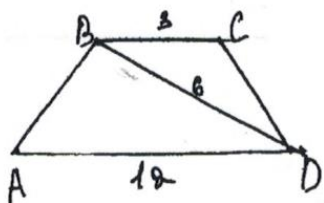
$$\frac{AD}{DB} = \frac{DB}{BC} = 2.$$



Поэтому указанные треугольники подобны по двум пропорциональным сторонам и углу между ними.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Доказательство не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Примеры записи ответов в задании 25



№25

Дано: ABCD - трапеция

$$AD = 12$$

$$BC = 3$$

$$BD = 6$$

Доказать: $\triangle CBD \sim \triangle BDA$

BD - общая

$$\angle ABD = \angle BDC$$

$$\angle ADB = \angle DBC$$

$$\triangle CBD \sim \triangle BDA \text{ (по стороне и 2 углам)}$$

} накрест лежащие углы равны.

Новый признак подобия

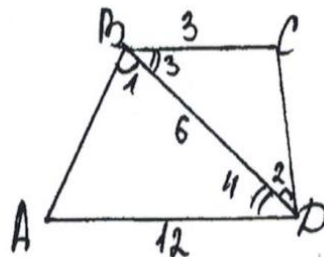
Примеры записи ответов в задании 25

ответ: 5, 5, 50.

№ 25 Дано: $ABCD$ -трапеция

$BC = 3$; $AD = 12$ - основания

$BD = 6$



Р-ть: $\triangle CBD \sim \triangle BDA$

Р-во: в трап. $ABCD$ $BC \parallel AD$ (по опред.) $AB \parallel CD$; BD явл. секущей при $BC \parallel AD$

$\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$ (как накр. лежа). В $\triangle ABD$ и $\triangle CBD$, BD - общая сторона;
 $\triangle ABD \sim \triangle CBD$ (по I признаку) $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$. $\triangle CBD \sim \triangle BDA$ \blacktriangle

Не верно указаны равные углы

Примеры записи ответов в задании 25

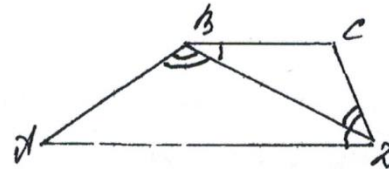
25.

Дано:

трапеция $ABCD$

$BC = 3$, $AD = 12$

$BD = 6$



Доказать:

$\triangle CBD \sim \triangle BDA$

Доказательство:

1) BD - общая

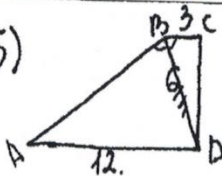
2) $\angle CBD = \angle BDA$, $\angle CDB = \angle DAB$ - т.к.

накрест лежащие ($BC \parallel AD$ - основания трапеции, BD - секущая)

$\Rightarrow \triangle CBD \sim \triangle BDA$

05

25)



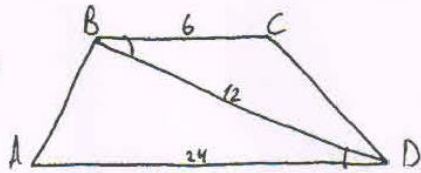
$$\frac{AD}{DB} = \frac{DB}{BC} = \frac{12}{6} = \frac{6}{3} = 2$$

Эти Δ -ки подобны по
перпендикулярным углам
и по одной общей стороне

BE

24)

251.



Док - во:

ABCD - трапеция с осн. AD и BC \Rightarrow BC \parallel AD $\Rightarrow \angle ADB = \angle DBC$ (как острые смежные)

$$\frac{AD}{BD} = \frac{24}{12} = 2 \quad \frac{BD}{BC} = \frac{12}{6} = 2 \quad \frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC} = 2$$

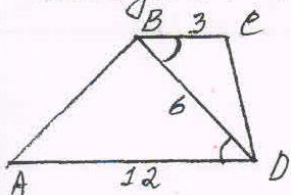
$$\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC}, \quad \angle ADB = \angle DBC$$

$\Delta CBD \sim \Delta BDA$ (по **I** признаку подобия треугольников)

Ответ: $\Delta CBD \sim \Delta BDA$

2019 г

Доказать: что ΔCBD и ΔBDA подобны.



$$\left. \begin{aligned} \frac{BD}{CB} &= \frac{6}{3} = 2. \\ \frac{DA}{BD} &= \frac{12}{6} = 2. \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$k = 2.$$

$\angle BDA = \angle CBD$ (т.к. накр. лт. \angle равны)

Соответственно: ΔCBD и ΔBDA подобны (по **I-II** признаку подобия).

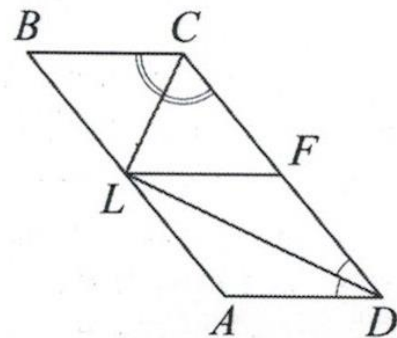
Не правильно
указывают номер
признака

25

Биссектрисы углов C и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке L , лежащей на стороне AB . Докажите, что L — середина AB .

Доказательство.

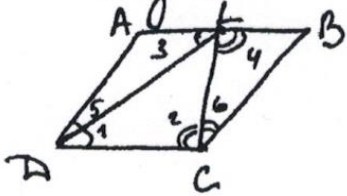
Проведём прямую LF параллельно стороне AD (см. рисунок). Тогда в каждом из параллелограммов $ALFD$ и $BCFL$ диагональ делит угол пополам, поэтому эти параллелограммы являются ромбами. Значит, $AL = LF = LB$. Следовательно, точка L — середина AB .



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Доказательство не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Примеры записи ответов в задании 25

Задание 25.



Дано: $ABCD$ - параллелограмм; DL и CL - биссектрисы $\angle C$ и $\angle D$;

Доказать, что $г. L$ - середина AB .

Доказательство:

1. Рассмотрим $\triangle DAL$ и $\triangle CBL$:

1) $\angle 1 = \angle 3$ (накрест лежащие при $AB \parallel DC$ (противоположные стороны параллелограмма параллельны) и секущей DL);

2) $\angle 3 = \angle 5$ (DL - биссектриса) \Rightarrow

$\triangle DAL$ - равнобедренный (углы при основании равны)

3) $\angle 2 = \angle 4$ (накрест лежащие при $AB \parallel DC$ и секущей CL)

4) $\angle 4 = \angle 6$ (CL - биссектриса) \Rightarrow

$\triangle CBL$ - равнобедренный (углы при основании равны)

5) $AD = BC$ (противоположные стороны параллелограмма равны) \Rightarrow

$\Rightarrow AD = BC = AL = BL \Rightarrow$

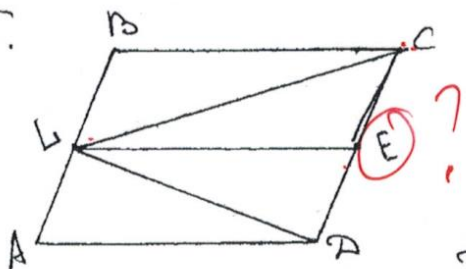
$г. L$ - середина AB

ч.т.д.

10

Примеры записи ответов в задании 25

25.



Дано: $ABCD$ - параллелограмм,
биссектриса $\angle C$ и $\angle D$ пересекаются в L

Док-ть: L - середина AB .

Доказательство:

- 1) Рассмотрим треугольники BCL и CLE - они подобны. !
- 2) Рассмотрим треугольники LED и LAD - они подобны \Rightarrow
если все эти треугольники подобны, то LE является OO
средней линией этого параллелограмма $\Rightarrow E$ - середина
сторона CD , а L - середина сторона AB и значит этот
параллелограмм ромбом, что и требовалось доказать.

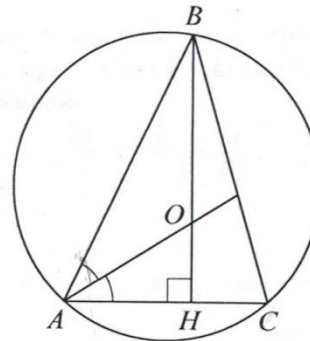
• Задача 26

26

В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении $5:3$, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 16$.

Решение.

Пусть BH — высота треугольника, которую биссектриса пересекает в точке O (см. рис.).



По теореме о биссектрисе в треугольнике ABH имеем: $\frac{BA}{AH} = \frac{BO}{OH} = \frac{5}{3}$.

Следовательно, $\cos A = \frac{AH}{AB} = \frac{3}{5}$. Тогда

$$\sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}.$$

По теореме синусов для треугольника ABC искомый радиус равен

$$\frac{BC}{2\sin A} = \frac{16 \cdot 5}{2 \cdot 4} = 10.$$

Ответ: 10.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

26

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 80, а площадь равна 320, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Решение.

Пусть BC — меньшее основание, AB — боковая сторона, AD — большее основание трапеции $ABCD$, M — точка касания окружности со стороной AB , N — со стороной BC , Q — точка пересечения диагоналей, O — центр окружности, r — её радиус (см. рис.).

Поскольку трапеция описана около окружности, сумма её боковых сторон равна сумме оснований, то есть 40, поэтому

$$S_{ABCD} = 2r \cdot \frac{AD + BC}{2} = 40r.$$

Значит, $r = 8$.

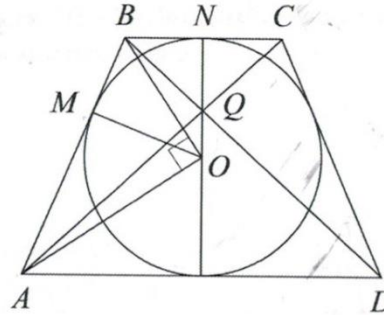
Прямые AD и BC параллельны. Значит, $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$. Поскольку лучи AO и BO — биссектрисы углов BAD и ABC соответственно, получаем: $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$. Значит, треугольник AOB прямоугольный, а OM — его высота, опущенная на гипотенузу, поэтому

$$AM \cdot MB = OM^2 = r^2; \quad AM(AB - AM) = r^2; \quad AM(20 - AM) = 64.$$

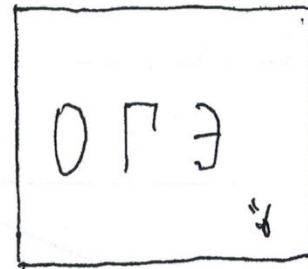
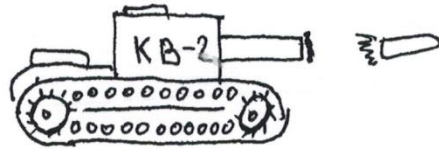
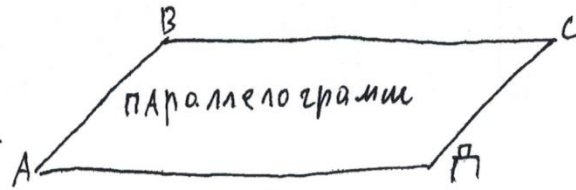
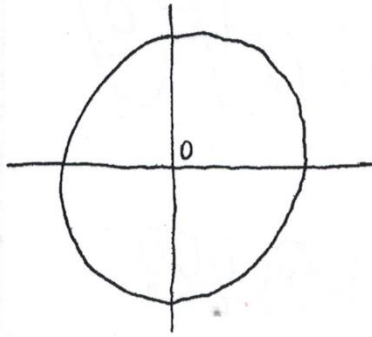
Учитывая, что $AM > BM$, из этого уравнения находим, что $AM = 16$. Тогда $AD = 32$, $BC = 8$. Треугольник AQD подобен треугольнику CQB с коэффициентом подобия 4, значит, высота QN треугольника BQC составляет $\frac{1}{5}$ высоты трапеции, то есть диаметра вписанной в неё окружности.

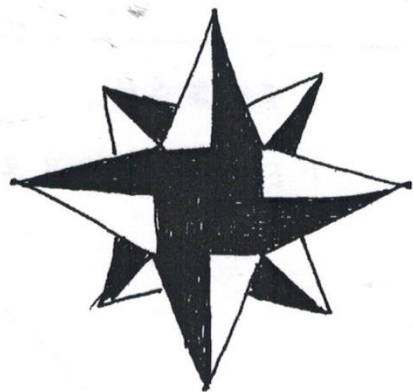
Следовательно, $QN = \frac{1}{5} \cdot 16 = 3,2$.

Ответ: 3,2.



ГЕОМЕТРИЯ





Я ЛЮБЛЮ

РЕОМЕТРИЮ!!!

Милые дамы!

*Поздравляю Вас
с замечательным
праздником весны -*

8 марта!

*Оставайтесь всегда
красивыми, любимыми
и желанными.*

*Пусть Вам сопутствует
счастье, удача и успех —
в делах личных
и служебных.*